

# MALYNÁR

ČÍSLO 6 — ROČNÍK 32

malynar.strom.sk



## Ahoj!

Je tu ďalší časopis MALYNÁR, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústreduenia v obklopení skvelými účastníkmi a vedúcimi. Ak sa ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s tebou uvidíme!

vedúci MALYNÁR

## Ako bude

### Mamut

Aj v roku 2023 budeme organizovať tímovú súťaž Mamut, ktorá je určená pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl a primánov osemročných gymnázií. Bude sa konať 2. júna 2023 v priestoroch Základnej školy Mateja Lechkého v Košiciach. Úlohou päťčlenných družstiev je vypočítať za dve hodiny čo najviac zaujímavých matematických úloh a tých najlepších neminie odmena vo forme poukážok do kníhkupectva a pozvánok na sústreduenie Malynára.

Ak si chceš spolu so svojimi kamarátmi zasúťažiť, popros svoju pani učiteľku, aby vás prihlásila, a my sa na vašu účasť budeme tešiť.

Viac informácií nájdeš na stránke <https://malynar.strom.sk/sk/mamut/>, kde okrem prihlasovacieho formulára nájdeš aj pozvánku so všetkými potrebnými podrobnosťami.

### Tábor mladých matematikov

Už tradične aj toto leto budeme organizovať Tábor mladých matematikov, ktorý sa uskutoční na Chate Slaná Voda v termíne 8. až 15. augusta 2023.

Nevieš, čo je to Tábor mladých matematikov, skrátene TMM? Je to tábor, ktorý je určený pre súčasných šiestakov základných škôl až prvákov stredných škôl (a samozrejme tomu ekvivalentné ročníky viacročných gymnázií). Programom sa veľmi podobá na naše sústreduenia, ktoré máte všetci tak radi, ale TMM je o 2 dni dlhšie, takže aj o 2 dni lepšie! Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlasovací formulár nájdeš na <https://malynar.strom.sk/tmm/>. S prihlasovaním však dlho neotálej, kapacita tábora je obmedzená. Tešíme sa na tvoju účasť!

## Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1

opravovala: **Kristín Mišlanová**  
najkrajšie riešenia: Vika Boyko, Marek Mičko

38 riešení

### Zadanie

Máme tri príšery. Príšery s párnym počtom nôh vždy hovoria pravdu a príšery s nepárnym počtom nôh vždy klamú. Zazneli výroky:

- Argo: Bret má 6 nôh. Ja a Bret máme spolu párný počet nôh.
- Bret: Ja mám 8 nôh. Chuck má 4 nohy.
- Chuck: Bret a Argo majú spolu 15 nôh.

Kto má koľko nôh? Nájdite všetky možnosti a svoju odpoveď zdôvodnite.

### Riešenie

Úlohu si rozdelíme na dve možnosti podľa toho, či Argo klamal alebo hovoril pravdu.

#### 1. možnosť: Argo hovoril pravdu

Keby Argo hovoril pravdu, tak potom Bret má 6 nôh. Čo by ale znamenalo, že aj Bret hovorí pravdu, keďže má párný počet nôh. On však tvrdí, že má 8 nôh, čo nie je pravda, keďže ich má mať 6. Táto možnosť nevyhovuje.

#### 2. možnosť: Argo klamal

Keby Argo klamal, tak nie je pravda, že Argo a Bret majú spolu párný počet nôh. To znamená, že Argo a Bret majú v súčte nepárny počet nôh. Zároveň, keďže Argo klame, tak on má nepárny počet nôh. Potom Bret musí mať párný počet nôh.

Keďže Bret má párný počet nôh, tak jeho výrok je pravdivý. Vieme teda, že **Bret má 8 nôh a Chuck má 4 nohy**.

Rovnako, keď Chuck má párný počet nôh, tak aj jeho výrok je pravdivý. Čiže vieme, že Bret a Argo majú spolu 15 nôh. Keďže Bret má 8 nôh, tak potom  $15 - 8 = 7$  a **Argo má 7 nôh**. To súhlasí s tým, že má klamať.

Vidíme, že táto možnosť vyhovuje a jediné riešenie je Argo 7, Bret 8 a Chuck 4 nohy.

### Komentár

Rada by som vám pripomenula jednu základnú vec – ak sa úloha rieši tak, že rozoberáme nejaké možnosti, tak je vždy potrebné prejsť všetky. Mohlo by sa totiž stať, že by úloha mala aj viac správnych riešení. :)

2

 opravovali: **Lenka Hake** a **Lucka Kleščová**  
 najkrajšie riešenie: Viktoriia Boyko a Adam Feher

36 riešení

### Zadanie

Uzamknutie sa vypína zasunutím kombinácie kartičiek do terminálu. Máme kartičky s číslami od 1 do 8. Chceme nájsť štyri rôzne rozdelenia kartičiek do dvoch skupín tak, aby v oboch skupinách bol rovnaký súčet čísel na kartičkách a zároveň počty kartičiek v skupinách boli rôzne (platí, že rozdelenie, kde by sme mali v prvej skupine kartičky 1, 2, 3 a v druhej 4, 5, 6, 7, 8, je to isté, ako keby sme mali v prvej skupine 4, 5, 6, 7, 8 a v druhej 1, 2, 3). Podarí sa nám to? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

### Riešenie

Máme kartičky s číslami od 1 do 8, teda ich celkový súčet je  $1+2+3+4+5+6+7+8 = 36$ . Chceme tieto kartičky rozdeliť do dvoch skupín tak, aby v oboch skupinách bol rovnaký súčet. V tom prípade musí byť súčet v oboch skupinách rovný polovici súčtu všetkých čísel, čiže  $36 \div 2 = 18$ . Taktiež chceme, aby bol počet kartičiek v skupinách rôzny. Na to existujú za týchto okolností 4 možnosti: 0 a 8 kartičiek, 1 a 7 kartičiek, 2 a 6 kartičiek alebo 3 a 5 kartičiek. Lenže s menej ako 3 kartičkami určite nevieme dosiahnuť súčet 18, keďže dve najvyššie čísla, ktoré máme k dispozícii, majú súčet len  $7 + 8 = 15$ . V jednej skupinke teda budú 3 čísla a v druhej ich bude 5.

Teraz sa pozrime, do ktorej skupiny môžeme zaradiť číslo 8. Ak by číslo 8 bolo v skupinke s 3 číslami, súčet zvyšných čísel by musel byť  $18 - 8 = 10$ . Lahko si môžeme overiť, že z dvoch rôznych čísel od 1 do 7 vieme 10 vytvoriť len dvomi spôsobmi:  $7 + 3$  alebo  $6 + 4$ . Z čísel nižších ako 6 už 10 vytvoriť nedokážeme ( $5 + 5$  použiť nemôžeme, keďže by sme potrebovali dve kartičky s číslom 5). Tým sme objavili dve možné rozdelenia: 3, 7, 8 a 1, 2, 4, 5, 6 alebo 4, 6, 8 a 1, 2, 3, 5, 7.

Ak by sa číslo 8 nachádzalo v skupinke s 5 číslami, tak by súčet zvyšných štyroch čísel musel byť 10. Čiže čísla 7, 6 a 5 nemôžu byť v tejto skupine spolu s 8, keďže súčet zvyšných troch čísel by potom musel byť postupne  $10 - 7 = 3$ ,  $10 - 6 = 4$  a  $10 - 5 = 5$ , pričom súčet najnižších troch kartičiek je až  $1 + 2 + 3 = 6$ . Z toho vyplýva, že 10 vieme zo štyroch kartičiek vytvoriť len jedným spôsobom, a to  $1 + 2 + 3 + 4$ . Teda ďalšie možné rozdelenie je 5, 6, 7 a 1, 2, 3, 4, 8.

Tým sme vyčerpali všetky možnosti, no našli sme len 3 rozdelenia, ktoré spĺňajú všetky podmienky zadania, takže štyri sa nám určite nájsť nepodarí.

## Komentár

Vzorové riešenie samozrejme uvádza len jeden možný spôsob uvažovania, množstvo riešení pristupovalo k úlohe trochu inak, no aj tak dospelo k správnej odpovedi aj s rozumným odôvodnením. Spoločnými znakmi bolo prísť na to, že súčet v jednej skupine musí byť 18 a rozdelenie kartičiek musí byť na 3 a 5, čo si väčšina úspešne uvedomila, aj keď v prípade počtu kartičiek to niektorí zabudli odôvodniť (častou chybou bolo vynechať vysvetlenie, prečo 4 a 4 nemôže byť). Následne sa už úloha dala riešiť rôzne, avšak niekoľkí z vás si nedali pozor a vynechali nejakú možnosť alebo nedostatočne popísali, prečo sú vaše nájdené možnosti jediné.

3

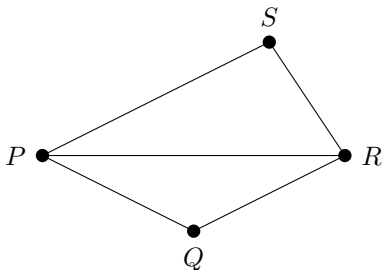
opravovali: **Mirka Horváthová a Veronika Vodičková**

najkrajšie riešenie: Damián Dušenko

36 riešení

## Zadanie

Kľučka má body  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  ako na obrázku. Platí, že  $|PQ| = |QR|$ , uhol  $PSR$  má  $110$  stupňov, úsečka  $PR$  delí uhol  $SPQ$  na dve rovnaké časti a uhol  $SPR$  je štyrikrát menší ako uhol  $PRS$ . Aká je veľkosť uhla  $PQR$ ?



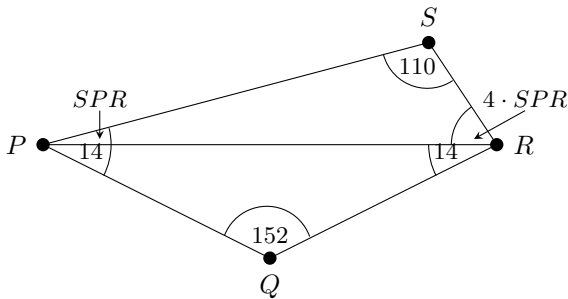
## Riešenie

Zo zadania vieme, že uhol  $SPR$  je štyrikrát menší ako uhol  $PRS$  – uhol  $PRS$  je štyrikrát väčší ako uhol  $SPR$ . Z toho vidíme, že uhol  $SPR$  sa v uhle  $PRS$  nachádza štyrikrát, takže  $|\sphericalangle PRS| = 4 \cdot |\sphericalangle SPR|$ , a keď veľkosti týchto dvoch uhlov sčítame, dokopy máme  $5 \cdot |\sphericalangle SPR|$ .

Teraz sa pozrime na trojuholník  $PSR$ . Zo zadania uhol  $PSR$  má  $110^\circ$ . Súčet uhlov v trojuholníku je vždy  $180^\circ$ , čo znamená, že súčet veľkostí uhlov  $SPR$  a  $PRS$  je  $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ . Z predchádzajúceho kroku súčet uhlov  $SPR$  a  $PRS$  dáva dokopy  $5 \cdot |\sphericalangle SPR|$ , teda uhol  $SPR$  má  $70^\circ \div 5 = 14^\circ$ .

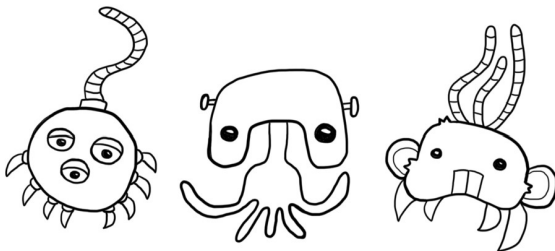
Zo zadania ďalej úsečka  $PR$  rozdeľuje uhol  $SPQ$  na dve rovnaké časti. To znamená, že uhly  $SPR$  a  $QPR$  majú rovnakú veľkosť. Uhol  $SPR$  má  $14^\circ$ , a tak aj uhol  $QPR$  má  $14^\circ$ .

Pozrime sa teraz ešte na trojuholník  $QPR$ . Zo zadania  $|PQ| = |QR|$ , teda tento trojuholník je rovnoramenný. To znamená, že uhly  $QPR$  a  $QRP$  majú rovnakú veľkosť. Ako už vieme, uhol  $QPR$  má  $14^\circ$ , čo znamená, že aj uhol  $QRP$  má  $14^\circ$ . Súčet uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$  a z toho môžeme dopočítať veľkosť uhla  $PQR$  ako  $180^\circ - 14^\circ - 14^\circ = 152^\circ$ .



### Komentár

Úlohu množstvo z vás vyriešilo na výbornú. Dobrá práca. :) Museli sme však strhnúť aj niekoľko bodov, a to najmä za dve chyby. Prvou bolo nedostatočné popísanie vášho postupu. Pamätajte, že myšlienka samotná má len malú váhu, ak nepotvrdíte, že je skutočne pravdivá. Druhou chybou bolo nesprávne určenie veľkosti uhlov, ak poznáte ich súčet (v tomto prípade  $70^\circ$ ) a fakt, že jeden z nich je štyrikrát väčší ako druhý. Pre získanie veľkosti menšieho uhla je potrebné  $70^\circ$  vydeliť piatimi, pretože musíme brať do úvahy súčet týchto dvoch uhlov tak, ako to bolo popísané vo vzorovom riešení.



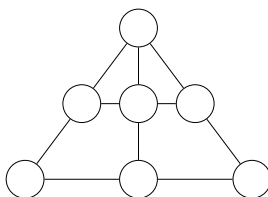
4

opravovali: **Michal Masrna a Matúš Masrna**  
 najkrajšie riešenie: Damián Dušenko

32 riešení

### Zadanie

Terminál na obrazovke mal tvar pyramídy ako na obrázku. Greg chce napísať čísla od 1 do 7 do krúžkov na obrázku (každé práve raz) tak, aby platilo, že súčet každých troch čísel na úsečke je rovnaký. Ktoré čísla môžu byť v hornom krúžku pri takomto vyplnení? Pre každé takéto číslo uveďte príklad vyplnenia. Vysvetlite, prečo ostatné čísla nemôžu byť v hornom krúžku.



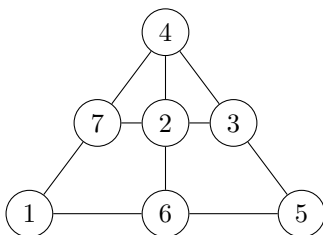
### Riešenie

Do celkového súčtu všetkých piatich úsečiek sa každý krúžok okrem horného zaráta dvakrát a horný sa zaráta až trikrát, pretože každý krúžok leží na práve dvoch úsečkách okrem horného a ten leží na troch. To znamená, že každé číslo od 1 do 7 bude zarátané iba dvakrát okrem toho, ktoré bude napísané v hornom krúžku.

Súčet čísel v krúžkoch je  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ . Každé z nich je použité dvakrát, čo nám dáva spolu súčet 56. Teraz je našou úlohou zistiť, ktoré z týchto siedmich čísel ešte raz pričítame k tomuto súčtu tým, že ho napíšeme do horného krúžku.

Vieme, že úsečiek je 5 a na každej z nich je rovnaký súčet. To znamená, že celkový súčet musí byť deliteľný piatimi. A jediné číslo od 1 do 7, ktoré vieme prirábať k 56 tak, aby bol výsledok deliteľný piatimi, je 4.

S číslom 4 v hornom krúžku to skutočne ide, a to napríklad takto:



### *Iné riešenie*

Súčet čísel v krúžkoch je  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ . Pozrime sa na to, ako musí vyzerat súčet dolných šiestich (všetkých okrem horného) čísel.

Čísla sú rozdelené do troch stĺpcov. Každý z týchto stĺpcov tvorí úsečku spolu s horným krúžkom a tieto úsečky musia mať rovnaký súčet. Teda aj tieto tri stĺpce musia mať rovnaké súčty, tým pádom súčet dolných šiestich čísel musí byť deliteľný 3.

Dolných 6 krúžkov je taktiež rozdelených do dvoch riadkov, ktoré tvoria dve úsečky, ktoré musia mať rovnaký súčet. Tým pádom súčet týchto 6 krúžkov musí byť deliteľný aj 2.

Tým dostávame, že súčet dolných šiestich čísel je deliteľný 2 aj 3. Snažíme sa teda do horného krúžku vybrať číslo od 1 do 7, po odčítaní ktorého od 28 dostaneme výsledok deliteľný 2 aj 3. Túto podmienku spĺňa iba číslo 4, pretože spomedzi čísel 21 až 27 (vrátane) je číslo 24 jediné deliteľné 2 aj 3.

To, ako môžeme čísla vpísať do pyramídy so 4 navrchu, je nakreslené už v prvom riešení.

### *Komentár*

V tejto úlohe sa dalo dopracovať k správne mu riešeniu veľa rôznymi spôsobmi. Dôležité bolo, aby ste svoje myšlienky jasne sformulovali a nevynechali žiadnu z rozoberaných možností. Nakoniec by sme ešte dodali, že v úlohách, ako je táto, kde je vaša úlohou aj ukázať nejaké konkrétne vyplnenie, nemusíte opisovať, ako ste na to vyplnenie prišli, stačí ho tam napísať (ale chyba to samozrejme nie je :)).

5

opravovala: **Viki Brezinová**

najkrajšie riešenia: Hana Lascsáková, Matúš Adamuščín

34 riešení

### *Zadanie*

Sam za sebou vždy ťahá čiaru a hýbe sa nasledovne: Povieme mu číslo a on ho vydolí štvorkou tak, že dostane celočíselný podiel a zvyšok. Ak mu ostane zvyšok 1, pohne sa o meter na sever, ak 2, tak na juh, ak 3, tak na východ, a ak 0, tak na západ. Následne postup zopakuje s celočíselným podielom, ktorý mu ostal. Tento proces opakuje, až kým raz nedostane podiel 0 (vtedy urobí posledný pohyb). Aké je najmenšie číslo také, že ak ho povieme Samovi, tak nakreslí svojou trasou štvorec so stranou 1 meter? Prečo to pre žiadne menšie nefunguje?



## Riešenie

Aby Sam nakreslil štvorec, tak sa musí pohnúť aspoň štyrikrát (raz na sever, raz na východ, raz na juh a raz na západ). Po každom pohybe Samovi z pôvodného čísla zostane celočíselný podiel po vydelení štvorkou, čo je menšie číslo. Teda vieme, že každým pohybom sa číslo zmenší. Tiež vieme, že pri poslednom pohybe má dostať podiel 0. Preto najmenšie začiatkové číslo dostaneme, ak sa pohne práve štyrikrát.

Keď Sam kreslí štvorec, tak začať môže pohybom na ľubovoľnú svetovú stranu. Po prvom pohybe vie ešte pokračovať do dvoch rôznych strán a po druhom pohybe už má jednoznačne určené, ako sa musí lýbať ďalej. Teda štvorec vie nakresliť ôsmimi rôznymi spôsobmi. Pre každé takéto nakreslenie vieme určiť číslo, ktoré mu máme povedať na začiatku. Stačí zistiť, ktoré z týchto čísel je najmenšie.

Pomenujme si číslo, ktoré Samovi povieme na začiatku, 1. číslo a podiely, ktoré mu vyjdú po vydelení štvorkou, postupne 2. číslo (po prvom vydelení), 3. číslo (po druhom vydelení) a 4. číslo (po treťom vydelení). Pozrime sa na Samov pohyb od konca. Keď sa pohol poslednýkrát, tak celočíselný podiel bol 0 a zvyšok bol 1, 2 alebo 3. Zvyšok nemohol byť 0, lebo to by znamenalo, že sme podiel 0 dostali už pri predchádzajúcom pohybe. Vieme teda, že 4. číslo (podiel pred posledným pohybom) bolo 1, 2 alebo 3, a že v poslednom kroku sa Sam nemohol pohnúť na západ. To nám vylučuje dve nakreslenia štvorca, ktoré končia pohybom na západ.

Pozrime sa na to, ako určíme 3. číslo. Toto číslo sa musí rovnať štvornásobku jeho celočíselného podielu plus zvyšok. Jeho celočíselný podiel je vlastne 4. číslo. Smer predposledného pohybu nám určuje zvyšok. Ak by napríklad 4. číslo bolo 1 a smer pohybu v predposlednom kroku bol juh (zvyšok 2), tak 3. číslo by bolo  $4 \cdot 1 + 2 = 6$ . Môžeme si uvedomiť, že takto to funguje v každom kroku. Ak máme určený smer pohybu a podľa nasledujúceho čísla vieme, aký podiel máme dostať, tak vieme určiť číslo pred týmto pohybom.

Do tabuľky si zapíšeme všetky kombinácie 4 pohybov, ktoré nám nakreslia štvorec a nekončia sa pohybom na západ. Svetové strany sme si v tabuľke označili ich začiatkovým písmenom. Potom si pre každú kombináciu odzadu určíme čísla spôsobom, ktorý sme popísali vyššie.

Pohyby	4. číslo	3. číslo	2. číslo	1. číslo
VJZS	1	$4 \cdot 1 + 0 = 4$	$4 \cdot 4 + 2 = 18$	$4 \cdot 18 + 3 = 75$
JZSV	3	$4 \cdot 3 + 1 = 13$	$4 \cdot 13 + 0 = 52$	$4 \cdot 52 + 2 = 210$
ZSVJ	2	$4 \cdot 2 + 3 = 11$	$4 \cdot 11 + 1 = 45$	$4 \cdot 45 + 0 = 180$
VSZJ	2	$4 \cdot 2 + 0 = 8$	$4 \cdot 8 + 1 = 33$	$4 \cdot 33 + 3 = 135$
SZJV	3	$4 \cdot 3 + 2 = 14$	$4 \cdot 14 + 0 = 56$	$4 \cdot 56 + 1 = 225$
ZJVS	1	$4 \cdot 1 + 3 = 7$	$4 \cdot 7 + 2 = 30$	$4 \cdot 30 + 0 = 120$

Vyskúšali sme všetky možnosti, preto vieme, že najmenšie číslo, aké sme Samovi mohli povedať na začiatku, je 75.

**Komentár**

Pri úlohách, ako je táto, je veľmi dôležité správne zdôvodnenie vášho výsledku. V tomto prípade zdôvodnenie, prečo je vami nájdené číslo naozaj najmenšie. Ak úlohu riešite skúšaním možností, tak ich musíte vyskúšať a do riešenia napísať naozaj všetky. Tiež si dajte pozor, či to, čo v riešení tvrdíte, platí všeobecne a nie len pre nejaký konkrétny prípad.

**6** opravovali: **Peto Kovács** a **Števo Vašak**  
 najkrajšie riešenie: Hana Lascáková

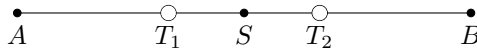
32 riešení

**Zadanie**

Na úsečke  $AB$  so stredom  $S$  vyrástlo 100 dvojíc tulipánov tak, že pre každú dvojicu leží bod  $S$  uprostred. Platí, že 100 tulipánov vykvitlo na červeno a 100 na žltó. Dokážte, že súčet vzdialeností žltých tulipánov od bodu  $A$  je rovnaký ako súčet vzdialeností červených tulipánov od bodu  $B$ .

**Riešenie**

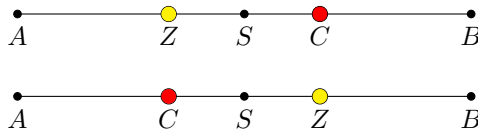
Najprv sa pozrime na jednu dvojicu tulipánov. Označme si tulipány  $T_1$  a  $T_2$ , postupne naľavo a napravo od  $S$ .



Zo zadania vieme, že  $S$  je stredom úsečky  $AB$ , čiže  $|AS| = |SB|$ . Zároveň vieme, že tulipány vyrástli rovnako ďaleko od stredu a tým pádom  $|T_1S| = |ST_2|$ . Z toho vyplýva, že  $|AS| - |T_1S| = |SB| - |ST_2|$ , preto  $|AT_1| = |T_2B|$ .

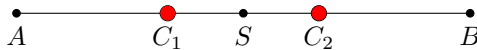
Vyzbrojení touto vedomosťou sa pozrime na 2 prípady, podľa toho, akú kombináciu tulipánov môžeme mať v jednej dvojici.

1. Najprv rozoberme možnosť s tulipánmi rôznej farby. Žltý označme  $Z$  a červený  $C$ . V tomto prípade máme opäť 2 možnosti, podľa toho, v akom poradí sú.



V prvej možnosti vidíme, že vzdialenosť  $|ZA|$  je rovnaká ako vzdialenosť  $|CB|$ . V druhej možnosti si vieme  $|ZA|$  zapísať ako  $|ZC| + |CA|$  a  $|CB|$  vieme zapísať ako  $|ZC| + |ZB|$ . Nakoľko vieme, že  $|CA| = |ZB|$ , tak  $|ZA|$  je opäť rovnaká ako  $|CB|$ . Vidíme, že ak máme v dvojici tulipány rôznej farby, tak platí, že vzdialenosť žltého od bodu  $A$  je rovnaká ako vzdialenosť červeného od bodu  $B$ .

2. Rozoberme druhú možnosť, ak sú tulipány rovnakej farby, povedzme červené. Označme si ich  $C_1$  a  $C_2$ .



V tomto prípade vidíme, že celkovú vzdialenosť červených tulipánov od bodu  $B$  vieme vypočítať ako  $|C_1B| + |C_2B|$ . Všimnime si, že  $|C_2B|$  je rovnako dlhá ako  $|AC_1|$ . Celkovú vzdialenosť červených tulipánov od bodu  $B$  si teda môžeme zapísať aj ako  $|C_1B| + |AC_1|$ . Tieto dve úsečky spolu tvoria celú dĺžku  $AB$ , teda ak máme dvojicu červených tulipánov, tak ich celková vzdialenosť od  $B$  bude  $|AB|$ . Rovnako to bude potom so žltými tulipánmi a ich vzdialenosťou od  $A$ .

Platí, že vzdialenosť všetkých 100 žltých tulipánov od bodu  $A$  je rovnaká ako vzdialenosť všetkých 100 červených tulipánov od bodu  $B$ ? Áno. Rôznofarebné dvojice nám rovnosť nepokazia, nakoľko už v rámci nich platí, že  $|ZA| = |CB|$ . Pokaziť to môžu iba rovnakofarebné dvojice. Ak existuje dvojica tulipánov, ktorá je červená, tak s istotou môžeme povedať, že k nej musí existovať aj žltá dvojica, pretože červených a žltých tulipánov je rovnako veľa a rôznofarebné dvojice odoberú rovnako veľa tulipánov z každej farby. Ak si tieto dvojice takto popárujeme, tak si môžeme všimnúť, že sa nám rovnosť opäť nepokazila, pretože vzdialenosť v oboch dvojiciach je rovnaká, a to  $|AB|$ .

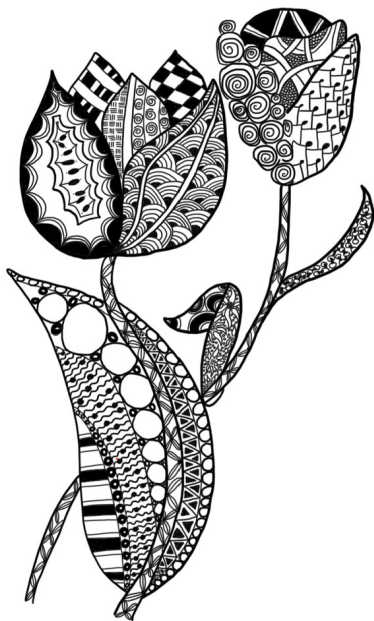
### ***Komentár***

Väčšine riešiteľov sa podarilo nájsť myšlienku správneho riešenia. Nejaké bodíky sme strhli tým, ktorí nedostatočne popísali svoj postup. Do budúcnosti si po sebe riešenie ešte raz v pokoji prečítať a uistiť sa, že ste zrozumiteľne popísali každý dôležitý detail riešenia.

## Konečné poradie letného semestra 32. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 3.	Viktoriia Boyko	Z4	ZBudimir	54	9	9	9	9	9	9	<b>108</b>
	Lucia Erdélyiová	Z4	ZPankBA	54	9	9	9	9	9	-	<b>108</b>
	Hana Lascsáková	Z5	ZHronKE	54	9	9	9	9	9	9	<b>108</b>
4. - 6.	Matúš Adamuščín	Z4	ZHubeBA	54	9	8	9	9	9	3	<b>107</b>
	Elena Mikušová	Z5	SZFelixBA	53	9	8	9	9	9	9	<b>107</b>
	Artem Pivnenko	Z4	ZBudimir	54	9	8	9	9	7	9	<b>107</b>
7. - 8.	Agáta Halamičková	Z5	SZFelixBA	53	9	9	9	9	4	8	<b>106</b>
	Peter Medo	Z4	ZSchmit	54	9	8	9	4	9	8	<b>106</b>
	Filip Saxa	Z4	ZsvVorPHA	51	9	9	9	-	9	8	<b>104</b>
	Ondrej Medo	Z6	ZSchmit	54	9	9	9	4	9	8	<b>102</b>
11. - 12.	Alica Földesová	Z6	VSScharlott	51	9	8	9	9	6	9	<b>101</b>
	Richard Semanišin	Z6	GAlejKE	51	9	9	9	9	5	9	<b>101</b>
	Šimon Jonaščík	Z6	GAMČABA	43	9	9	9	9	6	9	<b>94</b>
14. - 16.	Tomáš Budaj	Z5	ZPAngKE	53	8	5	9	4	2	9	<b>93</b>
	Marek Mičko	Z6	ZKro4KE	50	9	7	9	3	6	9	<b>93</b>
	Filip Rybar	Z4	ZNevaBA	48	7	-	8	9	8	5	<b>93</b>
	Elena Kundríková	Z6	ZKro4KE	40	9	7	9	9	9	7	<b>90</b>
	Damián Dušenko	Z6	GAMČABA	44	9	4	9	9	6	6	<b>87</b>
	Katarína Tóthová	Z6	ZHörky	39	7	9	9	-	9	6	<b>79</b>
20. - 21.	Jakub Jančíga	Z6	ZGoraZA	40	9	7	9	2	6	3	<b>76</b>
	Richard Futáš	Z6	ZPAngKE	40	7	3	9	3	9	5	<b>76</b>
22. - 23.	Kristofer Noel Rjabinčák	Z6	ZKro4KE	30	7	5	9	9	6	9	<b>75</b>
	Zuzana Bábelová	Z3	ZBrusKE	45	-	7	7	9	-	-	<b>75</b>
	Richard Halamiček	Z4	ZMilHBA	33	9	7	2	9	4	3	<b>74</b>
	Patrik Murín	Z6	ZKro4KE	43	5	6	9	3	7	-	<b>73</b>
	Barbora Vojtaníková	Z6	ZKro4KE	43	9	5	9	-	4	-	<b>70</b>
	Marek Babuščák	Z6	GAlejKE	38	6	6	9	6	2	0	<b>67</b>
	Martina Kováčová	Z6	ZĎumbBB	34	7	4	9	2	7	3	<b>66</b>
	Adam Feher	Z5	ZPAngKE	35	6	9	-	-	2	9	<b>63</b>
	Adam Horváth	Z6	GAlejKE	40	6	-	9	-	-	7	<b>62</b>
31. - 32.	Ladislav Kliment	Z6	GAlejKE	33	3	3	9	8	1	0	<b>57</b>
	Patrik Sklenár	Z6	GTVanSL	40	-	6	-	9	2	-	<b>57</b>
	Filip Feher	Z6	ZPAngKE	36	6	0	7	-	2	3	<b>54</b>
	Emilián Frischer	Z6	GAlejKE	31	8	4	2	1	4	2	<b>52</b>
	Dorota Feňovčíková	Z4	ZBeleKE	42	-	-	9	-	-	-	<b>51</b>
36. - 37.	Stanislav Beneš	Z6	P107NYC	50	-	-	-	-	-	-	<b>50</b>
	Michal Szollos	Z4	ZCádrBA	20	5	5	-	6	4	5	<b>50</b>
	Jakub Porubsky	Z6	ZPAngKE	27	5	-	9	-	-	5	<b>46</b>
	Michal Hudák	Z6	GAlejKE	45	-	-	-	-	-	-	<b>45</b>
	Sandra Futášová	Z6	ZPAngKE	20	3	4	9	3	3	-	<b>42</b>
	Simona Stahovcová	Z6	ZPAngKE	41	-	-	-	-	-	-	<b>41</b>
	David Hanzel	Z5	ZTSNPBB	27	-	-	-	-	-	-	<b>27</b>
	Matej Vaško	Z6	GAMČABA	26	-	-	-	-	-	-	<b>26</b>
	Richard Varecha	Z5	ZKro4KE	9	9	3	-	-	-	-	<b>21</b>
45. - 46.	Jakub Tomasz	Z6	ZKro4KE	19	-	-	-	-	-	-	<b>19</b>
	Roman Schütz	Z5	ZKro4KE	10	2	-	7	-	-	-	<b>19</b>

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
47.	Tomáš Gajdoš	Z6	ZPugaHU	9	9	-	-	-	-	-	18
48. - 49.	Jakub Strizko	Z5	ZŠPKrizBA	14	-	-	-	-	-	-	14
	Dávid Borták	Z5	ZKro4KE	11	2	-	-	1	-	-	14
50.	Oliver Rohutný	Z6	ŠpMNDaG	13	-	-	-	-	-	-	13
51. - 52.	Veronika Štiavnická	Z6	ZKro4KE	12	-	-	-	-	-	0	12
	Jakub Tomči	Z5	ZJŠveHE	12	-	-	-	-	-	-	12
53.	Terézia Baniková	Z5	ZJŠveHE	11	-	-	-	-	-	-	11
54.	Lena Kusá	Z4	WESS	0	-	1	-	7	-	-	9
55.	Andrej Onderisin	Z5	ZKro4KE	6	-	-	-	-	-	-	6
56.	Tomáš Szabó	Z4	ZFabrRV	5	-	-	-	-	-	-	5
57. - 58.	Emma Múlbauerová	Z5	ZJuhVnT	4	-	-	-	-	-	-	4
	Lívia Kropuchová	Z4	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	-	4
59.	Štefan Azari	Z5	ZKro4KE	0	1	-	-	-	-	-	1
60.	Zina Zbihlej	Z6	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	0



- Názov:** MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 6 • Máj 2023 • Letný semester 32. ročníka
- Web:** [malynar.strom.sk](http://malynar.strom.sk)
- E-mail:** [malynar@strom.sk](mailto:malynar@strom.sk)
- Riešenia:** Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk)
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*