STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Ahojte Stromáci!

Je rozhodnuté, dobojované, dorátané. Podarilo sa vám úspešne rozlúskať všetky príklady, ktoré sme si pre vás tento polrok pripravili. Prekvapili ste nás vynaliezavosťou a množstvom orginálnych riešení. A my sme vás, ako to už býva zvykom, odmenili nejakými tými bodmi. Dohromady ste ich nazbierali neuveriteľných… no proste veľa. Prajeme vám vzrušujúce prázdniny, nezabudnuteľné holidays, zábavné Ferien, slnečné fêtes, dobrodružné ünnepe, snynapÍňajúce ferioj, neuveriteľné praznici a bezstarostné vacaciones. Nech ste už kdekoľvek, veríme, že si doprajete zaslúžený oddych. A ak vám bude smutno za chodením na poštu, potešíme sa pohľadniciam či pozdravom. Adresu už predsa poznáte :)

Vaši **STROM**isti

Riešenia 2. série úloh Letného semestra 38. ročníka

1. Nájdite všetky trojice reálnych čísel x, y, z, pre ktoré platí:

$$x^2 = y + z, \qquad y^2 = z + x, \qquad z^2 = x + y.$$

Opravovali: Matúš Hlaváčik a Janka Baranová **Počet riešiteľov: 42**

Riešenie:

Ako si môžeme všimnúť, ide len o vyriešenie 3 rovníc o 3 neznámych. Čo je však horšie, že sú kvadratické. Často sa však oplatí takéto rovnice (s kvadratickým členom) od seba odčítať a použiť tak vzorček $a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$. Poďme teda na to.

Odčítaním druhej rovnice od prvej dostávame:

$$(x+y)\cdot(x-y) = y - x.$$

Môžeme dať všetko na jednu stranu a člen $(x-y)$ vybrať pred zátvorku:

$$(x-y)\cdot(x+y+1) = 0.$$

Z toho hneď máme buď $x = y$ alebo $x + y = -1$. Druhá z možností však nemôže platiť, keďže podľa tretej rovnice $x + y = z^2$ a keďže druhá mocnina čísla je vždy nezáporná, tak aj $x + y$ musí byť nezáporné. Preto vieme, že $x = y$.

Rovnako môžeme odčítať tretiu rovnicu od prvej a dostať $x = z$ alebo $x + z = -1$, čo znova nemôže byť pravda, keďže podľa druhej rovnice je $x + z$ druhá mocnina (y^2).

Teda vieme, že $x = y = z$, čo dosadíme do niektorej z rovníc a dostaneme $x^2 = 2 \cdot x$, teda $x = 0$ alebo $x = 2$.

Riešením sú dve trojice reálnych čísel, a to $[0, 0, 0]$ a $[2, 2, 2]$.

Komentár: Táto úloha bola náročná v tom, že trebalo rozoberať veľa možností a na žiadnu nezabudnúť, ale aj napriek tomu väčšina z vás túto úlohu vyriešila správne. Medzi najčastejšiu chybu patrilo asi to, že ste si mysleli, že z $x \cdot (x+1) = y \cdot (y+1)$ vyplýva, že $x = y$.

2. Nájdite najväčšie trojciferné číslo deliteľné 11, ktorého súčin cifier je piata mocnina celého kladného čísla.

Opravovali: Kristína Faguľová a Tomáš Babej **Počet riešiteľov: 48**

Riešenie:

Nájdime najprv trojciferné čísla, ktorých súčin cifier je piata mocnina celého kladného čísla. Súčin cifier trojciferného čísla je maximálne $9 \times 9 \times 9$, čo je 729. Pozrime sa na piate mocniny prirodzených čísel:

- $1^5 = 1$ - možnosti cifier: (1,1,1)
- $2^5 = 32$ - možnosti cifier: (1,4,8) , (2,2,8), (2,4,4)
- $3^5 = 243$ - možnosti cifier: (3,9,9)
- $4^5 = 1024 < 729$ - teda súčin cifier žiadneho trojciferného čísla nie je väčší rovný 4^5

Na záver potrebujeme ešte overiť deliteľnosť 11 pre všetky čísla, ktoré dokážeme vytvoriť z vyššie uvedených cifier. Kedy je číslo deliteľné 11? Ak je rozdiel súčtu číslic na párnom a nepárnom mieste deliteľný 11 (dokážte si doma! hint: zapíšte číslo v tvare násobkov 10^n a sledujte deliteľnosť 11).

V našom prípade to teda znamená, že cifra na prvom a treťom mieste minus tá na druhom, je deliteľné 11.

Číslo	prvá + tretia - druhá cifra	Číslo	prvá + tretia - druhá cifra
111	1	282	-4
148	5	822	8
184	-3	244	2
418	11	424	6
481	-3	442	2
814	11	399	3
841	5	939	15
228	8	993	3

Zo všetkých možných variácií je teda deliteľné 11 len 814 a 418, pričom 814 je väčšie z nich. Odpoveďou na našu otázku je: najväčšie trojciferné číslo deliteľné 11, ktorého súčin cifier je piata mocnina celého kladného čísla je 814.

Komentár: Riešenie úlohy sa Vám poväčšine podarilo nájsť, no cesta k nemu bola občas kľukatá a niektoré možné riešenia ste potratili. Tak teda prichádza poučenie do budúcna, ktoré Vám určite bolo vštiepané do hláv už niekoľkokrát, ale keďže opakovanie je matka múdrosti, tu to máte. Ak vypisujete všetky možnosti, nájdite si v tom systém. Tak sa Vám nestane, že na nejakú možnosť zabudnete.

3. Máme jednu kocku a ľubovoľné prirodzené číslo $k > 55$. Ukážte, že našu kocku vieme rozrezať na k menších, nie nutne rovnako veľkých kociek, t.j. rozdeliť ju na k kúskov tak, aby každý z nich bol kockou, bez ohľadu na to, aké $k > 55$ si zvolíme.

Opravovali: Ivana Gašková a Martin Vodička **Počet riešiteľov: 22**

Riešenie:

Keďže naším cieľom je dokázať, že sa niečo dá, budeme len skúšať nejaké rozdelenia kocky na niekoľko iných kociek a budeme dúfať, že to nejako zvádneme :).

Tak začneme tým, že kocka sa dá jednoducho rozdeliť na 8 menších, proste ju rozdelíme na kocku $2 \times 2 \times 2$. Na prvý pohľad sa môže zdať, že je to nanič, veď to máme dokázať až pre $k > 55$. Avšak takto sme 1 kocku rozdelili na 8. Potom z tých 8 kociek môžeme zase jednu rozdeliť na 8, a teda pridáme 7 kociek. (Ak počítate so mnou už ich je 15.) Potom zase a zase. Je jasné, že takto vieme kocku rozdeliť na $8, 15, 22, \ldots$ kociek, t.j. $7l + 1$ pre $l \geq 0$.

Tak teraz skúsime niečo iné. Môžeme ju chápať ako kocku $3 \times 3 \times 3$ a teda ju rozdeliť na 27 kociek. No šikovnejšie bude zlepiť 8 kociek v jednom rohu do jednej väčšej, a tak ju rozdeliť len na 20. Potom zrejme vieme aj na $27, 34, \ldots$, teda na $7l + 6, l \geq 2$ kociek (pridávať 7 sme sa už naučili).

No môžeme to urobiť aj tak, že ju rozdelíme na 20 (teda pridáme 19).Potom môžeme zase pridávať 19, teda kocku vieme rozdeliť aj na 39 alebo 58 kociek. A potom ju vieme rozdeliť aj na $7l+4(l \geq 5)$ a $7l+2(l \geq 8)$. Áno, postupným pridávaním 19 a 7 by sme dokázali vyrobiť od istej hranice všetky čísla (najvyššie, ktoré by sme nevedeli by bolo 108) ale našou úlohou je to zvládnuť od 55, takže preda len ešte musíme vymyslieť iné rozdelenia.

Tak skúsime ju rozdeliť na kocky $4 \times 4 \times 4$ a zase v jednom rohu zlepiť 27 do jednej. Tak dostaneme 38 kociek. Potom zase môžme pridávať 7 a teda máme počty $7l + 3(l \geq 5)$. Takže od hranice 55 to už máme pre všetky čísla okrem tých, ktoré dávajú po deleni 7 zvyšok 5 alebo 0.

Tak a teraz už bude treba vymyslieť niečo komplikovanejšie :). Predstaviť si to ako kocku $5\times5\times5$ (asi) moc nepomôže, no pomôže si to predstaviť ako kocku $6 \times 6 \times 6$. Prečo? Nuž, lebo nás (snáď) napadne takáto konštrukcia: Na spodok dáme 4 kocky $3 \times 3 \times 3$, na ne položíme 9 kociek $2 \times 2 \times 2$ a ostalo 36 kociek $1 \times 1 \times 1$. Spolu to je 49 kociek. Skvelé pokryli sme čísla $7l, l \geq 7$.

A po troche hrania sa nám to podarí rozdeliť aj na 3 kocky $3 \times 3 \times 3$, 11 kociek $2 \times 2 \times 2$ a 47 kociek $1 \times 1 \times 1$. To je spolu 61. Pointa toho ako to urobiť, je tam proste napchať tie väčšie kocky a tých 47 je ten zvyšok. To si môže každý vyskúšať sám :) *(alebo tu a nielen tu chceme dať niekoľko obrázkov? asi by sa hodilo ale mne sa ich robit nechce* :) A teda sme to zvládli aj pre tie so zvyškom 5.
A keď sa na to pozrieme celé, vidíme , že sme to naozaj dokázali pre všetky $k > 54$. Teda zadanie bolo asi troška(= o 1) mierne.

Komentár: Väčšina z vás úlohu vyriešila správne, pár bodov sme museli strhnúť tým, ktorým sa nepodarilo nájsť vyskaldanie pre všetky zvyšky po delení 7.

4. V štvoruholníku $ABCD$ sú pravé uhly pri vrcholoch B a D. AM a CN sú výšky v trojuholníkoch ABD a CBD. Dokážte, že $|BN| = |DM|$.

Opravoval: Peter Milošovič **Počet riešiteľov: 34**
<u>**Riešenie:**</u>
Chceme dokázať rovnosť dvoch vzdialeností - môžeme si ich buď nejako analyticky povyjadrovať, alebo nájsť nejaké vzťahy, ktoré ich obsahujú. V našom riešení využijeme pomery strán v podobných trojuholníkoch. Zjavne sa zameriame na trojuholníky ABN a CDM, keďže tieto vlastnia strany, ktoré nás zaujímajú.

B a D sú protiľahlé vrcholy. Už táto veta by mala stačiť na uvedomenie si skutočnosti, že nášmu štvoruholníku sa dá opísať kružnica. No pre istotu: súčet uhlov pri protiľahlých vrcholoch B a D je $180°$ (oba sú pravé). To znamená, že aj súčet uhlov pri vrcholoch A a C je $180°$. Takýto štvoruholník sa nazýva tetivový, teda existuje kružnica, ktorej patria všetky štyri vrcholy súčasne.

Uhly ABD a ACD sú teda obvodové uhly prislúchajúce tomu istému kružnicovému oblúku, preto sú aj rovnako veľké. To isté platí pre uhly CAB a CDB.

Trojuholník ABN je teda podobný trojuholníku ACD (uhly pri jednotlivých vrcholoch sú rovnaké). Platí $|BN| : |CD| = |AB| : |AC| = |NA| : |DA|$. Trojuholník CDM je podobný trojuholníku CAB (opäť, rovnaké uhly). Platí $|DM| : |AB| = |MC| : |BC| = |CD| : |CA|$.

Zo všetkých rovností, čo sme si napísali, si vieme vyjadriť $|AB| : |AC|$. Z prvej podobnosti je tento pomer rovný $|BN| : |CD|$, z druhej $|DM| : |CD|$. Čo znamená, že $|BN| = |DM|$.

Komentár: Nebolo takmer za čo strhávať body, každopádne kedykoľvek čokoľvek tvrdíte, je fajn aj vysvetliť, prečo to môžete tvrdiť. Berte to ako radu do života.

5. Nech n je prirodzené číslo. Ďalej uvažujme len postupnsti dĺžky $2n + 2$ zložené len z núl a jednotiek. Nájdite najmenšie prirodzené číslo k, pre ktoré vieme vybrať k *vyvolených* postupností takých, že každá postupnosť sa zhoduje s nejakou vyvolenou na aspoň $n + 2$ pozíciách.

Opravoval: Robčo Tóth **Počet riešiteľov: 8**
<u>**Riešenie:**</u>
Povinnou jazdou v takýchto príkladoch je vyskúšať si malé n. Tí z vás, ktorým sa to podarilo, určite prišli na správne riešenie $k = 4$. Dané postupnosti budú nasledovné: jedna so samými jednotkami, jedna so samými nulami a potom dve rovnaké ako tieto, avšak s rozdielnym prvým znakom (prípadne rôzne variácie tohto riešenia, popusťte uzdu fantázii!). Teraz nás čakajú dve úlohy. Presvedčiť sa, že tieto naozaj fungovať budú a ukázať, že na menej to nejde.

Nazvime P postupnosť, ktorú chceme otestovať. Ak má P nerovnaký počet jednotiek ako núl, potom sa zjavne "prekrýva" (takto nazveme vlastnosť, že sa zhoduje s nejakou vyvolenou na aspoň $n + 2$ pozíciách) s jednou z našich prvých dvoch vyvolených postupností (podľa zdravého rozumu a Dirichletovho princípu). Uvažujme preto už len také P, kde je rovnaký počet núl a jednotiek. Ak začína 10, resp. 01, potom sa prekrýva s treťou, resp. štvrtou vyvolenou postupnosťou, pretože vo zvyšku postupnosti je presne n núl, reps. jednotiek, čo dokopy s prvými dvoma prvkami dá presne $n+2$ zhodných. Ak sa začína 00, reps. 11, potom sa prekrýva so štvrtou, resp. treťou vyvolenou postupnosťou opäť na základe Dirichletovho princípu (vo zvyšku P sú o dve jednotky, resp. nuly naviac oproti nulám, resp. jednotkám, navyše z prvých dvoch prvkov sa zhoduje práve jeden, čo dokopy dá $n+1+1$ zhôd).

Prečo to na menej nejde? Nech $k=1$. Zoberme postupnosť opačnú k vyvolenej (na mieste núl sú jednotky a opačne). Táto sa s vyvolenou nezhoduje ani na jednom mieste, spor.

A v tejto časti vzdávam poctu Katke Krajčiovej! Nech $k \geq 2$. Nazvime dve vyvolené postupnosti P_a a P_b. Nech sa najprv zhodujú na menej ako $n+2$ pozíciách. Potom vytvorme postupnosť P_m, ktorá sa na týchto zhodných pozíciách líši a na zvyšku je zhodná s P_a na $n+1$ pozíciách a zhodná s P_b na ostávajúcich. Podobne vytvorme postupnosť P_n, len v predošlej vete zameníme P_a a P_b. Ľahko nahliadneme, že ani jedna z nich sa neprekrýva ani s jednou z P_a a P_b, navyše sa neprekrývajú ani navzájom, a teda $k \geq 4$.

Nech sa vyvolené P_a a P_b zhodujú na viac ako $n+1$ pozíciách. Potom nech P_n je rovnaká ako P_a na miestach, kde sa P_a a P_b nezhodujú, na $n+1$ zhodných pozíciách P_a a P_b bude mať rôznu a na zvyšku rovnakú cifru. Podobne, nech P_m nech je vytvorená úplne analogicky zámenou P_a a P_b v predošlej vete. Potom takisto možno vidieť, že sa neprekrývajú navzájom a ani s jednou z P_a a P_b, a teda $k \geq 4$.

Komentár: Nebojte sa púšťať ani do úlohy číslo 5, môžete vidieť, že aj v tejto sa dala spraviť aspoň polovica!

6. Nájdite všetky prirodzené čísla n, pre ktoré ak $p(x)$ je polynóm s celočíselnými koeficientami taký, že $0 \leq p(k) \leq n$ pre $k = 0, 1, 2, \dots, n+1$, potom $p(0) = p(1) = \cdots = p(n+1)$.

Opravoval: Matúš Stehlík **Počet riešiteľov: 3**

Riešenie:

Najprv uvedieme protipríklady pre $n = 1, 2, 3$

- $n=1$: $p(x) = x(2-x)$ má $p(0)=0,\ p(1)=1,\ p(2)=0,$
- $n=2$: $p(x) = x(3-x)$ má $p(0)=0,\ p(1)=p(2)=2,\ p(3)=0,$
- $n=3$: $p(x) = x(4-x)(x-2)^2$ má $p(0)=0,\ p(1)=3,\ p(2)=0,\ p(3)=3,\ p(4)=0.$

Ďalej predpokladajme, že $n \geq 4$ a $0 \leq p(k) \leq n$, pre $k = 0, 1, \dots, n+1$. Zrejme $|p(n+1) - p(0)| \leq n$. Keďže p má celočíselné koeficienty platí, $n+1 |\, p(n+1) - p(0)$. Z predošlých dvoch tvrdení dostávame

$$p(n+1) = p(0).$$

Definujme nový polynóm $q(x) = p(x) - p(0)$. Potom

$$q(k) = p(k) - p(0) \leq n, \text{ pre } k = 0, 1, \dots, n+1.$$

Našou úlohou je dokázať, že $0, \dots, n+1$ sú korene q. Z $p(n+1) = p(0)$, vieme, že q má korene $n+1$ a 0, teda obsahuje koreňový činiteľ $x(n+1-x)$. Tento výraz je väčší ako n pre $x = 2, 3, \dots, n-1$, teda $q(x)$ je v týchto bodoch 0, lebo inak by v nich bol q väčší ako n.

Zostáva nám ešte ukázať, že n a 1 sú korene q. Z predošlého máme, že aj 3 je koreňom q, lebo predpokladáme $n \geq 4$. Takže sa v rozklade q nachádza výraz $(x-3)(n+1-x)$. Preto $q(1)$ obsahuje činiteľ $2n > n$, takže $q(1) = 0$, inak by bolo $q(1) > 1$, čo by bol spor. Podobne q má v rozklade činiteľ $x(n-2-x)$, lebo $n \geq 4$, čiže $q(n)$ obsahuje činiteľ $2n$, teda musí byť 0.

Tým sme dokázali, že tvrdenie platí pre všetky $n \geq 4$. Pre $n = 1, 2, 3$ sme našli protipríklady, takže odpoveď na otázku v zadnaí je, že všetky prirodzené čísla väčšie nanajvýš rovné 4.

Komentár: Úloha bola ťažká, všetky riešenia sa uberali viacmenej správnou cestou a celkom obstojne sa postavili k tejto veľmi súťaživej úlohe. Nebolo ťažké prísť na nejaké čiastočné riešenie, keďže stačilo použiť formulku uvedenú v pomôckach, a získať nejaké body. Polynómy možno vyzerajú ako strašidelná téma, no na takéto úlohy o nich zväčša stačí vedieť pomerne málo.

Poradie po 2. sérii Letného semestra 38. ročníka

P.	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1.	Daniel Onduš	Sexta	GAlejKE	9	8	9	9	7	-	0	100
2.	Juraj Mičko	1. A	GPoštKE	9	9	9	9	-	-	0	92
3.	Jozef Lipták	1. F	GTajoBB	8	9	-	9	-	-	1	87
4.	Pavol Drotár	1. A	GPoštKE	5	9	9	9	-	-	0	85
5.	Eduard Oravkin	2.	GBajkBA	6	-	9	9	-	6	0	84
5.	Alexander Ténai	3. A	GPoštKE	9	9	9	9	-	3	1	84
7.	Tomáš Kekeňák	2. B	GKuzmKE	6	9	9	9	3	6	-1	83
7.	Slavomír Hanzely	Sexta A	GMudrPO	9	7	6	9	5	-	0	83
9.	Henrieta Micheľová	Sexta	GAlejKE	9	9	9	9	2	-	0	82
10.	Lenka Kopfová	8. F	ZHradCZ	9	9	-	9	-	-	1	81
11.	Samuel Krajči	Tercia	GAlejKE	9	9	9	8	-	-	2	80
12.	Katarína Krajčiová	Septima	GAlejKE	9	9	9	8	8	-	0	77
12.	Kristína Mišlanová	Sexta	GAlejKE	9	9	-	9	-	-	2	77
14.	Jakub Mach	1. A	GPoštKE	-	7	5	9	-	-	0	76
15.	Pavol Petruš	1. A	GPoštKE	5	9	9	9	-	-	0	68
16.	Tomáš Domes	5. A	GMenOp	5	9	-	9	9	-	0	67
16.	Žaneta Semanišinová	Sexta	GAlejKE	9	7	6	9	-	-	0	67
16.	Laura Vištanová	1.	GKuzmKE	9	9	-	9	-	-	-1	67
19.	Daniel Staško	3. A	GŠevčPO	7	9	9	9	6	-	0	66
20.	Matej Dujava	3. SB	SPPlPO	7	9	-	9	5	-	0	63
20.	Jakub Genči	1. A	GPoštKE	9	9	9	-	-	-	0	63
20.	Veronika Demčákova	1. A	GPoštKE	9	9	-	9	-	-	1	63
23.	Tomáš Kuzma	Sexta	GLi69SC	7	9	9	9	-	-	0	62
24.	Peter Kovács	Septima	GAlejKE	7	7	-	9	-	-	0	59
25.	Kristína Bratková	1. B	GŠkulKE	4	7	2	9	-	-	0	58
25.	Ádam Urbán	1. A	GPoštKE	-	4	-	9	-	-	0	58
27.	Martin Števko	Tercia	GAlejKE	5	9	1	9	-	-	0	56
28.	Florián Hatala	3. A	GPoštKE	9	9	9	-	-	-	0	54
28.	Roman Staňo	3. A	GPoštKE	9	9	-	-	-	-	1	54
30.	Zoltán Hanesz	1.A	GPoštKE	-	9	-	9	-	-	0	53
31.	Dorota Jarošová	Septima	GAlejKE	6	9	-	9	-	-	0	51
31.	Michal Pándy	1. A	GPoštKE	-	8	-	-	-	-	0	51
33.	Milan Kubala	2. F	GTajoBB	9	9	-	9	-	-	0	49
34.	Zuzana Vrátná	2. D	GPoštKE	9	9	7	-	-	-	1	48
34.	Jakub Žoldák	1. A	GPoštKE	7	9	-	9	-	-	0	48
36.	Veronika Rišková	1. A	GPoštKE	9	9	9	9	-	-	0	45
36.	Šimon Vančo	2. B	GŠtúrSL	8	9	-	-	-	-	0	45
38.	Tomáš Terem	2. F	GTajoBB	3	8	-	-	-	-	0	43
39.	Anton Gromóczki	3. A	GPoštKE	9	7	-	-	-	-	0	42
40.	Marianna Pavlišinová	1. A	GPoštKE	8	5	9	9	-	-	0	40
41.	Viktor Pristaš	2. B	GKuzmKE	8	5	-	9	-	-	0	35
41.	Andrea Ženčuchová	3. B	GMudrPO	-	8	-	-	-	-	1	35
43.	Marek Biroš	3. B	GMudrPO	8	7	-	-	-	-	0	34
44.	Marek Koman	Kvarta A	GAlejKE	2	3	-	-	-	-	0	33
45.	Tomáš Koleda	2. F	GTajoBB	5	6	-	-	-	-	0	32
46.	Daniel Koľ	1. A	GPoštKE	5	6	-	9	-	-	0	29
47.	Eduard Čuba	Septima	GAlejKE	5	8	-	-	-	-	0	22
48.	Eduard Lavuš	1.C	GAlejKE	-	-	-	-	-	-	-1	19
48.	Veronika Schmidtová	1. C	GAlejKE	-	-	-	-	-	-	0	19
50.	Richard Pavčík	2. F	GTajoBB	-	-	-	-	-	-	0	18
50.	Samuel Oswald	1. C	GPoštKE	-	-	-	-	-	-	0	18
52.	Dominik Vranay	1. A	GPoštKE	-	-	-	-	-	-	-1	17
52.	Samuel Schneider	2. F	GTajoBB	-	-	-	-	-	-	0	17
54.	Matúš Kaintz	1. A	GPoštKE	-	-	-	-	-	-	-1	14
55.	Janka Muchinová	4. B	GŠkulKE	-	7	-	-	-	-	0	7
55.	Ján Špak	4. B	GŠkulKE	-	7	-	-	-	-	0	7

Pohár konštruktérov Letného semestra 38. ročníka

P.	Skratka	Škola	P.r.	Body
1.	GPoštKE	Gymnázium Poštová 9 042 52 Košice	22	1108
2.	GAlejKE	Gymnázium Alejová 1 041 49 Košice	14	748
3.	GTajoBB	Gymnázium J. G. Tajovského 25 974 01 Banská Bystrica	6	246
4.	GKuzmKE	Gymnázium s v. j. maď. Kuzmányho 6 041 74 Košice	3	185
5.	GMudrPO	Gymnázium J. A. Raymana Mudroňova 20 081 93 Prešov	3	152
6.	GBajkBA	1. Súkromné gymnázium Bajkálska 20 821 08 Bratislava 2	1	84
7.	ZHradCZ	CZŠ sv. Ľudmily Zámecka 57 747 41 Hradec nad Moravici	1	81
8.	GŠkulKE	Evanjelické gymnázium Škultétyho 10 040 01 Košice	3	72
9.	GMenOp	Mendelovo gymnázium Komenského 5 746 01 Opava	1	67
10.	GŠevčPO	Gymnázium sv. Moniky Tarasa Ševčenka 1 080 01 Prešov	1	66
11.	SPPlPO	SPŠ elektrotechnická Plzenská 1 080 01 Prešov	1	63
12.	GLi69SC	Gymnázium A. Bernoláka Lichnerova 69 903 01 Senec	1	62
13.	GŠtúrSL	Cirkevné gym. sv. Mikuláša Štúrova 3 064 01 Stará Ľubovňa	1	45

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach

Názov STROM -- korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Jún 2014 • Letný semester 38. ročníka (2013/2014)
Internet: http://seminar.strom.sk
E-mail: strom@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: http://www.strom.sk
E-mail: zdruzenie@strom.sk