STROM

Korešpondenčný matematický seminár

Na zdravie!

Kaderník jeseň už prišiel do našich končín a mení účesy stromov na nepoznanie. Pri jeho práci lietajú listy z pestrofarebných hrív stromov, presne tak ako z vášho stola budú lietať papiere, na ktorých budete riešiť druhú sériu. Po poetickom úvode už len prajeme veľa šťastia do ďalšej série a dúfame, že s mnohými z Vás sa stretneme na sústredení.

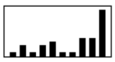
Vaši úžasní STROMisti

Košický Matboj

16.10.2015 sa v priestoroch CVČ Domino úspešne uskutočnil 15. ročník tejto prestížnej matematickej súťaže. Celé podujatie prebiehalo v príjemnej atmosfére. Víťazi si odniesli okrem vecných cien, ktorých kúpu finančne podporila Nadácia Alianz, aj pozvánky na sústredenie. Takže členovia tímov z Gymnázia Poštová v Košiciach, Gymnázia J.G. Tajovského v Banskej Bystrici a Gymnázia Kukučínova v Poprade sa už trápiť s druhou sériou nemusia a vy ostatní, nestrácajte nádej. Počtu zdar, už sa tešíme na ďalší ročník.

1.

Opravovali: Janka Baranová, Dorot Jarošová
Počet riešiteľov: 37



Nájdite všetky trojice prvočísel p, q, r, pre ktoré platí:

$$\frac{14}{p} + \frac{51}{q} = \frac{65}{r}.$$

Riešenie:

Začnime tým, že z rovnice odstránime zlomky (vynásobíme ju výrazom pqr). Dostaneme rovnicu v tvare $14qr + 51pr = 65pq$.

Aby sa nám ľahšie uvažovalo o prvočíslach p, q, r, rozpíšeme si členy rovnice tak, aby tam boli iba prvočísla:

$$2 \cdot 7 \cdot q \cdot r + 17 \cdot 3 \cdot p \cdot r = 13 \cdot 5 \cdot p \cdot q.$$

Keď sa na ňu pozrieme bližšie, zistíme, že ľavá strana bude určite deliteľná prvočíslom r (lebo oba sčítance sú násobkom r). Ako v každej slušnej rovnici, aj tu platí, že ak r delí ľavú stranu, tak r musí deliť aj stranu pravú (toť veľmi dôležitá vec využívajúca sa v rovniciach, ktoré majú viac neznámych ako je rovníc). Z toho nám vyplýva, že za r si môžeme dosadiť iba čísla 13, 5, p a q (keďže je to prvočíslo).

Začnime tým, že do rovnice za r dosadíme q:

$$\frac{14}{p} + \frac{51}{q} = \frac{65}{q} \longrightarrow \frac{14}{p} = \frac{65 - 51}{q} = \frac{14}{q}.$$

A tu už jasne vidíme, že v takomto prípade $p = q = r$.

Ak by sme do rovnice za r dosadili p, podobnými úpravami by sme opäť došli k záveru, že ak platí $r = p$, tak platí aj $p = q = r$. A ak to sa rovná prvočíslu, tak je to určite jedno z riešení rovnice v zadaní.

Tu však naše riešenie nekončí, lebo musíme nájsť všetky trojice, ktoré by zadanie spĺňali. Preto pokračujme v našej myšlienke a za r dosadíme číslo 5. Ak ním rovnicu rovno aj predelíme, tak dostaneme:

$$2 \cdot 7 \cdot q + 17 \cdot 3 \cdot p = 13 \cdot p \cdot q$$

Z myšlienky o deliteľnosti oboch strán rovnice (prvočíslom p), ktorú sme tu už raz použili, vieme povedať, že p bude buď 2 alebo 7 (keďže teraz už riešime úlohu pre rôzne prvočísla). Po dosadení budeme mať dve potenciálne riešenia: $[2, 17/2, 5]$, $[7, 357/77, 5]$, z ktorých nám ani jedno nevyhovuje, lebo q nie je prvočíslo.

Ak za r dosadíme číslo 13 a rovnicu ním rovno aj predelíme, dostaneme:

$$2 \cdot 7 \cdot q + 17 \cdot 3 \cdot p = 5 \cdot p \cdot q$$

Z myšlienky o deliteľnosti oboch strán rovnice (prvočíslom p) vieme zas povedať, že p bude buď 2 alebo 7. Po dosadení budeme mať opäť dve potenciálne riešenia: $[2, -51/2, 13]$ a $[7, 17, 13]$, z ktorých nám vyhovuje iba $[7, 17, 13]$.

Teda táto úloha má riešenia $[7, 17, 13]$ a $[p, p, p]$, kde p je ľubovoľné prvočíslo.

Komentár: Niektorí z vás zabudli na jedno riešenie, niektorí na nekonečne veľa. Postup však väčšina z vás mala správny – tie málo bodové riešenia sa od veľa bodových líšili najmä precíznosťou (a lenivosťou). Ponaučenie do budúcna – riešenie píšte tak, aby sme sa my (ako opravovatelia) nemuseli nad vašimi krokmi zamýšľať (lebo budú napísané na riešení) a zároveň si k riešeniu nemuseli nič písať, príp. riešiť (lebo všetko bude zapísané a vyriešené na vašom papieri). Nabudúce už budeme nemilosrdné a riešenia bez konkrétnych rovníc a postupu, ako ste ich vyriešili, ostanú bez bodu.

2. **Opravovali: Peťo Kovács, Roman Staňo**

Počet riešiteľov: 23

Sto účastníkov sa rozdelilo do troch družiniek – Korene, Miazga a Stonka. Neskôr jedno dieťa z Koreňov prestúpilo do Miazgy, jedno z Miazgy do Stonky a jedno zo Stonky do Koreňov. Priemerná hmotnosť v družstve Korene sa zvýšila o 120 gramov, v družinke Miazga o 130 gramov, zatiaľčo v družinke Stonka sa znížila o 240 gramov. Koľko členné družinky sme na sústredku mali?

Riešenie:

Označme počty účastníkov v jednotlivých družinkách (podľa poradia) ako a, b, c. Nech hmotnosť účastníka, ktorý prešiel z Koreňov do Miazgy je k a hmotnosť účastníkov, ktorý v Koreňoch ostali K (podobne pre ostatné družniky: m, s sú postupne hmotnosti účastníkov, ktorý prešli z Miazgy do Stonky a zo Stonky do Koreňov a M, S postupne hmotnosti účastníkov, čo po prestupe ostali v Miazge a Stonke). Zadanie potom vieme prepísať ako:

$$\frac{k+K}{a} + 120 = \frac{s+K}{a} \quad \wedge^{1} \quad \frac{m+M}{b} + 130 = \frac{s+M}{b} \quad \wedge \quad \frac{s+S}{c} - 240 = \frac{k+S}{c}$$

Máme sústavu 3 rovníc o 9 neznámych, pričom nás zaujímajú práve neznáme a, b, c (počty účastníkov). Bolo by teda vhodné upraviť sústavu do takej formy, aby sme sa ostatných neznámych „zbavili“. Každú z rovníc môžeme napr. prenásobiť ich príslušným počtom účastníkov (prvú rovnicu a, druhú b a tretiu c) a vzniknuté rovnice sčítať. Dostaneme tak:

$$k + 120a = s \quad \wedge \quad s + 130b = m \quad \wedge \quad s - 240c = k \quad \Rightarrow \quad 120a + 130b - 240c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 12a + 13b = 24c$$

Spolu s faktom, že účastníkov je spolu 100, tak máme novú sústavu (dvoch rovníc o troch neznámych), ktorej riešenie už vyzerá príjemnejšie. Dosaďme ľubovoľnú neznámu z druhej rovnice do prvej (bez ujmy na všeobecnosti b) a dostaneme:

$$12a + 13b = 24c \quad \wedge \quad a + b + c = 100 \quad \Leftrightarrow \quad 12a + 13(100 - a - c) = 24c \quad \Leftrightarrow \quad 1300 - 37c = a \ (\bigstar)$$

Vieme, že $1 \leq a \leq 98$ (rozmyslite si prečo). Spojením so vzťahom $\bigstar$ máme:

$$1 \leq 1300 - 37c \leq 98 \quad \Leftrightarrow \quad 33 \leq c \leq 35 \quad \Leftrightarrow \quad c \in \{33, 34, 35\}$$

Ostáva tak overiť tri možnosti pre c. Pre zvolené c podľa $\bigstar$ vypočítame a a potom b ako doplnok do 100. Keď $c = 33$, tak $a = 79 \Rightarrow b = -12$, čo je však spor, lebo počet účastníkov nemôže byť záporný. Keď $c = 34$, tak $a = 42 \Rightarrow b = 24$ a keď $c = 35$, tak $a = 5 \Rightarrow b = 60$.

Na sústredku teda mohli byť družinky s počtami členov: $(5, 60, 35)$ alebo $(42, 24, 34)$. O správnosti riešenia sa vieme presvedčiť dosadením do prvotnej sústavy. Na zamyslenie: ako vieme, že neexistuje žiadne ďalšie riešenie? Boli všetky naše operácie so sústavou ekvivalentné? :)

Komentár: Väčšina z vás úlohu vyriešila správne. V pár riešeniach chýbalo ukázanie toho, že tieto riešenia sú všetky, ktoré sa môžu dosiahnuť.

[1]symbol $\wedge$ znamená „a zároveň, súčasne ...“

3. Opravoval: Peter Milošovič

Počet riešiteľov: 31

Body na obvode rovnostranného trojuholníka sú ofarbené dvoma farbami (modrou a červenou). Dokážte, že medzi nimi existujú tri body rovnakej farby, ktoré tvoria vrcholy pravouhlého trojuholníka.

Riešenie:

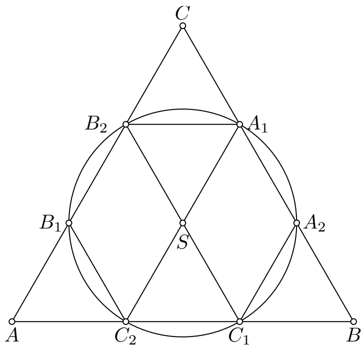
Označme vrcholy trojuholníka (ofarbeného podľa zadania) A, B a C.

Na stranách trojuholníka si označme body, ktoré sa nachádzajú v ich tretinách a zostrojme z nich pravidelný šesťuholník.

Predpokladajme, že existuje ofarbenie, v ktorom neexistuje jednofarebný pravouhlý trojuholník tvorený bodmi obvodu trojuholníka.

Ak by boli ľubovoľné protiľahlé vrcholy tohto šesťuholníka (nazvime ich P a Q) ofarbené rovnakou farbou, tak by museli byť ostatné vrcholy ofarbené tou druhou farbou (lebo ležia na Tálesovej kružnici nad úsečkou PQ, a teda by vznikol pravouhlý trojuholník s vrcholmi rovnakej farby).

Avšak ľubovoľné 3 body nášho šesťuholníka iné ako P a Q tvoria pravouhlý trojuholník (lebo všetky 4 spolu tvoria obdĺžnik).



Body P a Q musia mať preto rôznu farbu.

Každé dva protiľahlé vrcholy šesťuholníka majú teda rôznu farbu. To znamená, že tento šesťuholník môžeme vyfarbiť dvoma spôsobmi. Buď vyfarbíme tri po sebe idúce vrcholy rovnakou farbou (zvyšné tri budú opačnou) alebo ich budeme vyfarbovať striedavo (každý bod šesťuholníka bude mať susedov inej farby ako je on sám).

V oboch prípadoch sa na jednej zo strán trojuholníka ocitnú dva rôznofarebné body šesťuholníka. Označme si body šesťuholníka ako na obrázku a bez ujmy na všeobecnosti nech rôznofarebné sú body C_1 a C_2. Úsečky C_1A_1 a C_2B_2 sú kolmé na AB a navyše sú krajné body oboch úsečiek ofarbené rovnakou farbou (v jednej úsečke červenou a v druhej modrou). Nakoniec si zoberme bod A, ktorý je buď červený alebo modrý. Tvorí jednofarebný pravouhlý trojuholník s bodmi C_1A_1 alebo C_2B_2, náš predpoklad bol nesprávny a dokázali sme tvrdenie zo zadania.

Komentár: Pedanti by od nás ešte určite chceli napríklad dokazovanie kolmosti C_1A_1 na AB alebo ukázanie toho, že B_2 a C_2 majú rovnakú farbu. Kolmosť sa dá ukázať pomocou podobnosti, rovnakosť farieb vyplýva z jediných dvoch možností ofarbenia a toho, ako sme si zvolili C_2 a C_1.

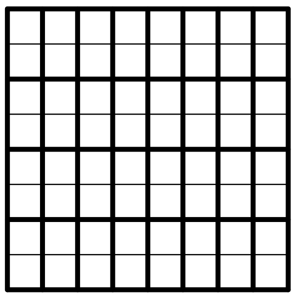
4. Opravoval: Matúš Hlaváčik

Počet riešiteľov: 26

Matúš a Janka hrajú takúto hru: Matúš ako prvý hráč postaví na šachovnicu kráľa a urobí s ním ťah (podľa pravidiel šachu). Potom Janka a Matúš striedavo pohybujú kráľom tak, že je zakázané postaviť ho na políčka šachovnice, na ktorých už stál. Prehráva ten, kto už nemôže urobiť žiaden ťah. Kto z nich má víťaznú stratégiu? Popíšte ju.

Riešenie:

Víťaznú stratégiu má Matúš (teda prvý hráč). Táto stratégia spočíva v tom, že pred hrou si Matúš pomyselne rozdelí šachovnicu na 32 dvojíc susedných políčok. Najjednoduchšie je to asi takto (ako keby vydláždiť dominom):



Teraz to už Matúš musí iba dobre zahrať. Ako svoj prvý ťah položí figúrku na ľubovoľné políčko na šachovnici, a potom sa posunie na susedné políčko. To susedné políčko musí zvoliť tak, aby obe tieto políčka boli v jednej dvojici (na jednom domine). Napríklad ak položil figúrku do ľavého dolného rohu, tak sa posunie o políčko vyššie.

Teraz má Janka viacero možných ťahov, ale všetky majú spoločné to, že políčko, na ktoré vstúpi, patrí do dvojice, na ktorú ešte nebolo stúpené. To umožňuje Matúšovi stúpiť na druhé políčko tejto dvojice. Tým sa táto dvojica políčok dostala von z hry a Janka opäť nemá inú možnosť, ako stúpiť na políčko novej dvojice. Takto Matúš znova stúpi na druhé políčko z dvojice a vyradí dvojicu z hry. Takto sa to opakuje ďalej.

Takto máme zaručené, že nech ťahá Janka akokoľvek, tak Matúš má po nej vždy ťah. Keďže šachovnica má 64 políčok, tak táto partia musí raz skončiť a musí mať víťaza. Keďže sme si práve ukázali, že Matúš vie hrať tak, aby neprehral, tak to znamená, že prehrať musí Janka. Táto stratégia je teda pre Matúša víťaznou stratégiou.

Komentár: Väčšina z vás to mala dobre, no poniektorí zabudli pri tomto riešení uviesť konkrétne rozdelenie šachovnice. Je pekné, že vy veríte, že to nejak ide, ale v matematike treba vedieť a preto ak ma chcete presvedčiť, že to ide, tak to treba ukázať. Bolo tu pár takých, čo sa snažili rozoberať „ideálnu stratégiu“ pre Matúša, ktorá by popisovala ako má reagovať pri Jankiných pokusoch „uzatvoriť“ nepárny počet políčok, ale nikomu z vás sa to nepodarilo dotiahnuť do konca (a aj keby sa vám podarilo, tak to určite nebude taká pekná stratégia ako táto ;-)).

5. **Opravoval: Matúš Stehlík**
Počet riešiteľov: 19

Nech je daná kružnica k so stredom O. Na predĺžení tetivy KL kružnice k leží bod A. Dotyčnice z bodu A ku kružnici k sa jej dotýkajú v bodoch T, U. Označme M stred úsečky TU. Ukážte, že štvoruholník $KLMO$ je tetivový.

Riešenie:

V riešení využijeme mocnosť bodu ku kružnici (ktorá bola spomenutá aj v časti mohlo by sa hodiť). Mocnosť bodu A ku kružnici k dáva

$$|AL| \cdot |AK| = |AT|^2.$$

Lebo AT je dotyčnica a KL tetiva prechádzajúca bodom A. Nie je ťažké všimnúť si, že bod M leží na úsečke AO. Pre úplnosť riešenia toto tvrdenie dokážeme.

Trojuholník ATU je rovnoramenný so základňou TU (lebo mocnosť bodu A ku k vyplýva z $|AT|^2 = |AU|^2$, teda $|AT| = |AU|$). Preto je stred strany TU pätou výšky z bodu A. Inak povedané AM je kolmé na TU. Podobne, trojuholník OTU je rovnoramenný so základňou TU (lebo OT a OU sú polomery k). Analogicky potom OM je kolmé na TU. Takže $|\sphericalangle AMO| = |\sphericalangle AMT| + |\sphericalangle TMO| = 90° + 90° = 180°$, t.j. M leží na AO.

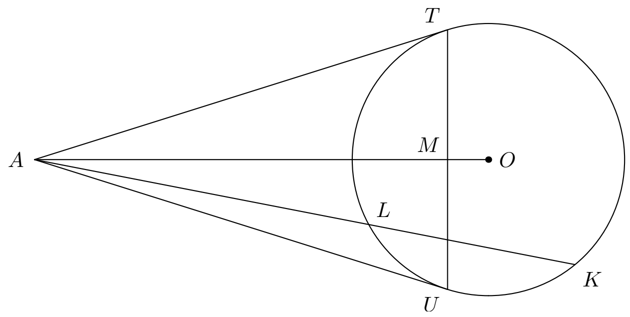
Keďže AT je dotyčnica, je kolmá na polomer v bode T. Teda trojuholník ATO je pravouhlý (s pravým uhlom pri T). Z euklidovej vety o odvesne potom máme

$$|AM| \cdot |AO| = |AT|^2.$$

Porovnaním zvýraznených vzťahov potom dostávame

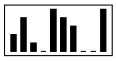
$$|AT|^2 = |AL| \cdot |AK| = |AM| \cdot |AO|,$$

z čoho vďaka dôsledku mocnosti bodu A vyplýva, že K, L, M, O ležia na jednej kružnici.



Komentár: Takmer všetky riešenia boli za plný počet bodov, čo svedčí o tom, že úlohu bolo asi ťažšie vyriešiť ako spísať. Môže za to pomerne krátke, no možno skôr trikové riešenie. Avšak podobné využívanie mocnosti je v MO klasickým postupom, preto to určite skúste. Oplatí sa to najmä v úlohách, kde sú rôzne tetivy alebo dotyčnice.

6. **Opravoval: Maťo Vodička**
Počet riešiteľov: 24



Majme funkciu $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, pre ktorú platí $x + f(x) = f(f(x))$, pre všetky reálne čísla x. Nájdite všetky riešenia rovnice $f(f(x)) = 0$ v premennej x.

Riešenie:

Čo sa dá s takouto úlohou robiť? No, napríklad môžeme dosadiť do podmienky nejaké konkrétne číslo. Najlepšie nejaké jednoduché, a teda skúsme dosadiť $x = 0$. Dostaneme $f(0) = f(f(0))$. To sme sa až tak veľa nedozvedeli. No vieme niečo o čísle $f(0)$, a preto ho tam skúsme dosadiť: $f(0) + f(f(0)) = f(f(f(0)))$ No keďže $f(f(f(0))) = f(f(0)) = f(0)$, dostaneme, že $2f(0) = f(0)$ a teda $f(0) = 0$. To je skvelé, lebo potom zrejme aj $f(f(0)) = 0$. Máme jedno riešenie našej rovnice. No my musíme zistiť, či nie sú aj nejaké iné. Ponúka sa predpokladať, že $f(f(x)) = 0$ pre nejaké x, dosadiť a niečo z toho dostať, ale my budeme prefíkanejší a skúsime sa pozrieť len na prípad, čo ak $f(x) = 0$. Potom (po dosadení) máme, že $x + f(x) = f(f(x))$. Lenže $f(x) = 0, f(f(x)) = f(0) = 0$ a teda $y = 0$. To znamená, že jediné riešenie rovnice $f(x) = 0$ je $x = 0$. No potom ak $f(f(x)) = 0$, tak nutne $f(x) = 0$, a preto aj $x = 0$. Teda jediné riešenie rovnice $f(f(x)) = 0$ je $x = 0$.

Iné riešenie:

O funkciách sa hodí zisťovať aj nejaké vlastnosti. Napríklad či je rastúca, klesajúca, prostá, surjektívna...V tejto úlohe sa dá ľahko ukázať, že f je prostá. Totiž ak $f(x) = f(y)$, tak aj $f(f(x)) = f(f(y))$ a potom po dosadení x, y do podmienky dostaneme $x = y$. Z toho vyplýva, že rovnica $f(f(x)) = 0$ má najviac jedno riešenie. A ľahko vypočítame aj, že $f(0) = 0$, lebo po dosadení 0 máme $f(0) = f(f(0))$, a z prostosti teda, že $f(0) = 0$ (a teda aj $f(f(0)) = 0$). Teda jediné riešenie je $x = 0$.

Komentár: Najťažšie bolo možno pochopiť zadanie. Že cieľom je vypočítať riešenie (x), v závislosti od funkcie, kde to treba vyriešiť pre všetky funkcie f spĺňajúce podmienku. Zhodou okolností to vyšlo rovnako pre všetky funkcie f, no nemuselo. Časté chyby boli, že ste predpokladali, že $f(f(x)) = 0$, vyvodili z toho nejaký vzťah pre x, a tvárili ste sa, že platí pre všetky x. To samozrejme nie, platí len pre to konkrétne x. A tiež nezabúdajte na to, že ak nájdete jedno riešenie, tak to ešte nie je koniec :).

Poradie po 1. sérii Zimného semestra 40. ročníka

P.	Meno a priezvisko	Kat.	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1. - 4.	Juraj Mičko	S3	GPostKE	9	9	9	9	9	9	0	54
	Tomáš Kekeňák	S3	GMaraKE	9	9	9	9	9	9	0	54
	Laura Vištanová	S2	GMaraKE	9	9	9	9	9	9	0	54
	Samuel Krajči	S1	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	0	54
5.	Martin Števko	S1	GAlejKE	9	8	9	9	9	4	0	53
6.	Henrieta Micheľová	S4	GAlejKE	9	9	9	8	9	6	0	50
7.	Viktória Brezinová	S1	GAlejKE	9	7	-	9	9	5	0	48
8. - 9.	Martin Masrna	S1	GPostKE	6	9	9	9	-	2	0	44
	Martin Melicher	S1	GPostKE	8	9	9	-	-	9	0	44
10. - 11.	Kristína Mišlanová	S4	GAlejKE	9	9	9	-	9	6	0	42
	Žaneta Semanišinová	S4	GAlejKE	9	9	9	9	-	6	0	42
12. - 13.	Martin Mičko	S1	GAlejKE	7	-	8	9	8	-	0	41
	Pavol Drotár	S3	GPostKE	8	9	9	1	9	5	0	41
14.	Martin Mihálik	S1	GAlejKE	7	-	9	8	-	5	0	38
15. - 16.	Filip Csonka	S1	GAlejKE	5	-	9	8	-	4	0	35
	Michal Pándy	S2	GPostKE	8	9	9	-	9	-	0	35
17.	Jakub Mach	S3	GPostKE	7	-	9	9	9	-	0	34
18.	Vratislav Madáč	S1	GAlejKE	1	-	-	8	7	4	0	28
19. - 23.	Daniel Onduš	S4	GAlejKE	9	9	3	6	-	0	0	27
	Zoltán Hanesz	S2	GPostKE	9	9	9	-	-	-	0	27
	Ján Kurimský	S4	GsMonPO	9	9	-	-	9	-	0	27
	Veronika Demčáková	S3	GPostKE	8	6	2	1	9	1	0	27
	Kristína Bratková	S3	EGJAK	9	9	9	-	-	-	0	27
24.	Daniel Kopf	S4	SGO	7	-	9	-	9	-	0	25
25. - 26.	Michaela Dlugošová	S2	GKukuPO	7	-	9	8	-	-	0	24
	Samuel Chaba	S1	GAlejKE	-	-	8	4	-	4	0	24
27.	Erik Berta	S1	GAlejKE	-	-	-	9	-	4	0	22
28.	Martin Šalagovič	S1	GAlejKE	-	-	-	8	-	5	0	21
29.	Natália Tóthová	S2	GAlejKE	3	8	9	-	-	-	0	20
30.	Jarmila Šimková	S2	GParoNR	-	-	9	8	-	-	0	17
31. - 32.	Ján Gerčák	S2	GJarSNV	1	9	3	0	-	1	0	14
	Juraj Jursa	S2	GAlejKE	-	-	9	5	-	-	0	14
33.	Slávka Germanová	S2	GLeoBJ	4	-	-	-	9	-	0	13
34. - 35.	Jakub Genči	S3	GPostKE	3	-	9	-	-	-	0	12
	Šimon Vančo	S3	CGsvMik	4	4	4	-	-	-	0	12
36.	Jakub Žoldák	S3	GPostKE	4	5	-	1	-	1	0	11
37. - 38.	Samuel Gazda	S3	GYMES	8	-	-	-	-	-	0	8
	Martin Budjač	S1	GPostKE	4	-	-	-	-	-	0	8
39.	Jonáš Suvák	S1	GJarPO	0	0	1	2	1	1	0	7
40.	Dominik Kopčak	S1	GPostKE	3	-	-	-	-	-	0	6
41.	Dávid Čano	S2	GLeoBJ	2	-	1	-	-	0	0	3
42.	Michaela Borošová	S1	GPostKE	1	-	-	-	0	-	0	2

NOVINKA!

Predstavujeme vám revolučný **AUTOMATOTRON**, ktorý

- *obsahuje všetky vaše osobné údaje*
- *sa dokáže bez problémov pripojiť na lokálnu sieť*
- *ukazuje presný čas*
- *meria všetky vaše životné funkcie*
- *je schopný kontaktovať iné* **AUTOMATOTRON***y*
- *má zelenú farbu*

Zabudnite na doklady, hodinky, telefóny či krokomery a objednajte si aj vy vlastný **AUTOMATOTRON** už dnes*!

*****AUTOMATOTRON** *je ešte len vo výjovej fáze, prvé* **AUTOMATOTRON***y by mali byť dostupné začiatkom nového roka už aj vo vašom stánku.*

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

Názov	STROM – korešpondenčný matematický seminár
	Číslo 2 • November 2015 • Zimnný semester 40. ročníka (2015/2016)
Internet:	`http://seminar.strom.sk`
E-mail:	`strom@strom.sk`
Vydáva:	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet:	`http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail:	`rada@strom.sk`