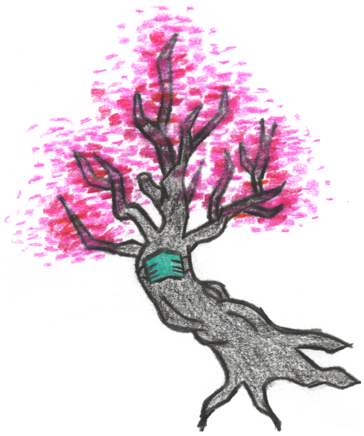
STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Čaute!

Milí STROMáci (a STROMáčky),
keď nemáte čo na práci (nehádžte už veci do práčky),
prichystali sme pre vás zadania (a riešenia vzorové),
čo odtrhnú vás od dnešného diania (privedú na myšlienky nové).

Za oknami všetko kvitne (a nákaza sa šíri),
nik už vôni kvetov neunikne (buď doma, kým ti je život milý),
slnko lúčmi všade mláti (ej, veru, čaká nás poriadna skúška),
jeho jas novú energiu dá ti (už ani strom tu nestojí bez rúška).

Navždy vaši **STROM**áci



TMM

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.
TMM sa bude konať 16. – 23. augusta v Penzióne pod Sitnom na Počúvadlianskom jazere a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie, ako aj prihlasovanie, nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

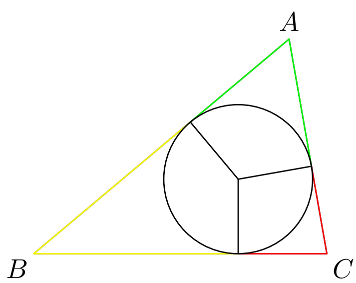
1.

Opravovali: **Timea Szöllősová a Erik Berta**
Počet riešení: 47

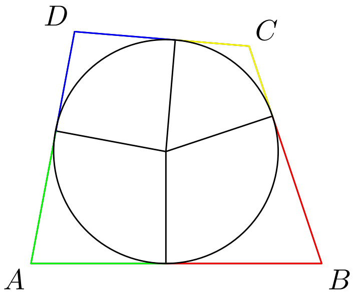
Majme dotyčnicový štvoruholník $ABCD$ rozdelený uhlopriečkou AC na 2 trojuholníky. Dokážte, že kružnica vpísaná trojuholníku ABC sa dotkne úsečky AC v rovnakom bode ako kružnica vpísaná trojuholníku ADC.

Riešenie

Pred tým, ako sa vrhneme na zadanie, sa pozrime na to, čo sa deje s dotyčnicami z jedného bodu k jednej kružnici. Z každého bodu mimo kružnice môžeme viesť ku kružnici dve dotyčnice. Keďže kružnica je symetrická, tak vzdialenosť od tohto bodu po oba body dotyku je rovnaká.
Pozrime sa na to, čo to znamená pre trojuholník s vpísanou kružnicou. Na obrázku sú farebne znázornené úseky, ktoré majú rovnakú dĺžku. Zaujímavé na nich je, že súčet dĺžok jednotlivých farieb je polovica obvodu trojuholníka. Toto tvrdenie sa síce teraz priamo nevyužije, ale je fajn si ho zapamätať, pretože sa využíva pomerne často.



Čo však využijeme je, že rozdiel dĺžok dvoch strán trojuholníka je rovnaký ako rozdiel úsekov, na ktoré delí tretiu stranu dotykový bod s vpísanou kružnicou.



Vráťme sa k našej úlohe zo zadania. V náčrte sú opäť vyznačené rovnako dlhé úseky obvodu rovnakou farbou. Všimnime si, že rozdiel strán AD a DC je rovnaký ako rozdiel strán AB a BC. Z toho, čo sme si ukázali vyššie, tým pádom vieme, že rozdiel úsekov, na ktoré delí tretiu stranu dotykový bod, bude rovnaký v trojuholníku ABC ako v trojuholníku ADC. No a keďže tretie strany oboch trojuholníkov splývajú, tak aj bod dotyku v oboch trojuholníkoch splýva do jedného bodu.

Komentár

Všetci, ktorí ste sa do úlohy pustili a odovzdali, ste to zvládli na plný počet bodov. Niekoľko z vás úlohu vyriešilo trochu inou cestou. Ale všetci by ste si mali dať pozor na to, že nie všetky „známe a jasné“ fakty sú naozaj tak triviálne, že ich nie je potrebné zdôvodňovať. To, že ste sa to zrejme u vás v škole učili, neznamená hneď, že to ovláda každý a netreba ukázať odkiaľ to vieme a prečo to platí. Tým, že na niektorých školách sa to učí ako známy fakt, ako napríklad Pytagorova veta, no na iných nie, sme sa rozhodli to tentokrát nepenalizovať.

2. Opravovali: **Martin Masrna a Michal Masrna**

Počet riešení: 36

Majme štvorcovú tabuľku s rozmermi $n \times n$. Každé políčko tabuľky je zafarbené červenou, zelenou alebo žltou farbou. Bez toho, aby sme videli tabuľku, si musíme tipnúť, či je v nej párny alebo nepárny počet červených políčok. Čo si máme tipnúť v závislosti od n, aby sme mali väčšiu šancu, že si tipneme správne? Vieme, že každé možné ofarbenie tabuľky je rovnako pravdepodobné.

Riešenie

Zabudnime na to, že políčka sú usporiadané do štvorcovej mriežky, keďže to nijako nesúvisí s tým, ako ich ofarbujeme. Chceme ukázať, že ak máme ľubovoľný počet políčok, pričom každé z nich je náhodne zafarbené jednou z troch farieb, tak je vždy väčšia šanca, že červených políčok bude párny počet. Dokážeme to, samozrejme, indukciou. Počet políčok označme n, počet ofarbení s párnym počtom červených políčok p_n a počet ofarbení s nepárnym počtom červených políčok n_n.
Pre $n = 1$ je to jednoduché: $p_n = 2$ (keď je to jedno políčko žlté alebo zelené) a $n_n = 1$ (keď je to jedno políčko červené). Teraz sa pozrieme na to, ako závisí p_{n+1} a n_{n+1} od p_n a n_n. Z každého ofarbenia sa pridaním nového políčka stanú tri ďalšie – podľa toho, akej farby je pridané políčko. Ak je pridané políčko žlté alebo zelené, tak sa parita počtu červených políčok nezmení. Ak je pridané políčko červené, tak sa parita zmení. A teda platí, že $p_{n+1} = 2 * p_n + n_n$ a $n_{n+1} = 2 * n_n + p_n$.
Ak platí $p_n > n_n$, tak potom vidíme, že $p_{n+1} > n_{n+1}$. Konkrétne

$$p_{n+1} - n_{n+1} = (2 * p_n + n_n) - (2 * n_n + p_n) = p_n - n_n.$$

To znamená, že pre ľubovoľné n bude ofarbení s párnym počtom červených políčok vždy o jedno viac ako ofarbení s nepárnym počtom červených políčok. Vždy by sme teda mali tipnúť, že červených políčok je párny počet.

Komentár

K správnemu riešeniu viedlo viacero odlišných postupov. Najčastejšie to bolo vyjadrenie si počtu možných ofarbení pomocou binomického rozvoja a kombinačných čísel. V takýchto riešeniach si treba dávať veľký pozor na korektné a zrozumiteľné upravovanie výrazov, to ste však takmer všetci zvládli. Mnoho z vás si takisto uvedomilo, že úloha sa rovnako rieši pre všetky prirodzené čísla a nie iba štvorce a úlohu ste riešili, rovnako ako my, indukciou.

3. Opravovali: **Filip Csonka a Samo Krajči**

Počet riešení: 35

Konvexný 2020-uholník má všetky svoje vrcholy v mrežových bodoch (teda majú celočíselné súradnice) a má celočíselné strany. Dokážte, že obvod tohto útvaru je párne číslo.

Riešenie

Predstavme si, že sa „prechádzame“ po 2020-uholníku. Začneme v jednom vrchole a prejdeme všetkých 2020 strán, až sa dostaneme naspäť do vrcholu, v ktorom sme začínali.
Pri prejdení každej strany prekonáme nejakú vertikálnu a nejakú horizontálnu vzdialenosť. Uvedomme si, že keďže krajné body každej zo strán (teda vrcholy 2020-uholníka) majú celočíselné súradnice, tak aj horizontálna a vertikálna vzdialenosť, ktorú prejdeme počas „prechádzky po úsečke“, budú celočíselné. Pozrime sa zatiaľ iba na horizontálnu vzdialenosť.
Pri každej úsečke sa pohneme v horizontálnom smere buď doprava (do kladného smeru), alebo doľava (do záporného). Keďže začíname aj končíme v tom istom bode, tak celková vzdialenosť prejdená doprava (označme r) musí byť rovnaká ako celková vzdialenosť, ktorú prejdeme doľava (l). Zároveň sme už spomenuli, že všetky vzdialenosti sú celočíselné, a teda aj r je celočíselné (rovnako aj l), preto celková vzdialenosť prejdená v horizontálnom smere (čiže $r + l$) je $2{\cdot}r$, čo je párne číslo. Analogicky aj celková vzdialenosť prejdená vo vertikálnom smere je párna.
Teraz si označme dĺžky strán 2020-uholníka postupne a_1 až a_{2020}. Tiež označme vzdialenosť, ktorú prejdeme v horizontálnom smere počas „prechádzky“ po úsečke a_i ako x_i a vertikálnu ako y_i.
Všimnime si, že keď umocníme párne číslo na druhú, tak dostaneme párne číslo a podobne, keď umocníme nepárne číslo na druhú, dostaneme tiež nepárne. Teraz, keď už vieme, že $\sum_{i=1}^{2020} x_i$ (čo je iba šikovný zápis pre súčet $x_1 + x_2 + ... + x_{2020}$) je párne číslo, tak potom aj $\sum_{i=0}^{2020} {x_i}^2$ je párne číslo, pretože umocnením každého členu na druhú sa parita žiadneho z nich nezmení, a teda aj parita ich súčtu ostane rovnaká. Analogicky, to isté platí o súčte $\sum_{i=0}^{2020} {y_i}^2$.
Z Pytagorovej vety vieme, že ${a_i}^2 = {x_i}^2 + {y_i}^2$. To znamená, že $\sum_{i=0}^{2020} {x_i}^2 + \sum_{i=0}^{2020} {y_i}^2 = \sum_{i=0}^{2020} ({x_i}^2 + {y_i}^2) = \sum_{i=0}^{2020} {a_i}^2 =$ párne číslo. Vieme, že to platí aj naopak, keď súčet štvorcov je párne číslo, tak aj súčet pôvodných čísel bude párne číslo, a teda aj $\sum_{i=0}^{2020} a_i$ je párne číslo. A to je to, čo sme chceli dokázať.

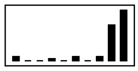
Poznámka:
So základnou znalosťou vektorov sa vieme elegantne vyhnúť vágnym pojmom ako „prechádzanie sa po 2020-uholníku“ tak, že si každú stranu predstavíme ako vektor. Potom súčet týchto vektorov je nula (keďže začíname v tom istom bode, v ktorom končíme) a podobne aj súčet ich x-ových zložiek je nula, čo je párne číslo, rovnako aj súčet ich y-ových zložiek a už sme v týchto dvoch vetách obsiahli polovicu vyššie popísaného riešenia.

Komentár

Väčšina z vás úlohu pekne zvládla, často sme sa však stretávali s nedostatočným vysvetlením toho, že ak súčet čísel je párne číslo, tak aj súčet ich druhých mocnín je párne číslo. Namiesto toho bolo povedané len to, že súčet je párne číslo a párne číslo umocnené na druhú je tiež párne číslo.
Niektorí ste sa pokúsili aj o indukciu, pri ktorej bolo treba najprv rozobrať **všetky** možnosti triviálneho prípadu. Tiež však bolo nutné dôkladne ukázať, že vaším krokovaním sa naozaj dá vytvoriť ľubovoľný 2020-uholník, ktorý spĺňa vlastnosti zo zadania.

4.

Opravovali: **Dano Onduš a Maťo Gbúr**
Počet riešení: 48



Medzi všetkými nezápornými číslami reprezentovanými vzťahom $36^k - 5^l$, kde k a l sú kladné celé čísla, nájdite najmenšie. Svoje tvrdenie dokážte.

Riešenie

Najprv si dokážme jedno pomocné tvrdenie, a to že každá kladná mocnina čísla 6 sa tiež končí číslicou 6. Ak sa nejaké číslo končí číslicou 6, tak ak ho vynásobíme šiestimi, bude sa opäť končiť šestkou, lebo $6 \cdot 6 = 36$. Preto aj každá mocnina šestky sa bude končiť číslicou 6, lebo aby sme dostali vyššiu mocninu, len násobíme tie predchádzajúce mocniny šestkou (a prvá sa končí číslom 6). Táto skutočnosť platí aj pre číslo 5, keďže $5 \cdot 5 = 25$. Nakoľko 36 je mocninou šestky, aj 36^k sa bude stále končiť číslicou 6. To znamená, že rozdiel $36^k - 5^l$ sa bude vždy končiť číslicou 1.
Teraz overme, či sa rozdiel týchto dvoch čísel môže rovnať jednej (to je najmenšie kladné číslo končiace sa jednotkou):

$$36^k - 5^l = 1$$
$$36^k - 1 = 5^l$$
$$(6^k - 1) \cdot (6^k + 1) = 5^l$$

Keďže pravá strana tejto rovnice je mocninou päťky, tak činitele súčinu na ľavej strane musia byť tiež mocninami päťky. Mocniny päťky sa končia buď jednotkou (ak je to nultá mocnina) alebo päťkou. Avšak $6^k + 1$ sa bude pre kladné k vždy končiť sedmičkou, čiže nami hľadané číslo nemôže byť 1.
Ďalšie číslo, ktoré sa končí číslicou 1 je 11. Toto číslo už vieme vyjadriť ako rozdiel $36^k - 5^l$, napríklad pre $k = 1$ a $l = 2$: $36 - 25 = 11$. 11 je preto najmenšie číslo, ktoré týmto rozdielom vieme vyjadriť.

Iné riešenie

Pozrime sa na deliteľnosť zadaného rozdielu číslami 4 a 5.

- 36^k je deliteľné štyrmi a o 5^l vieme, že po delení štyrmi bude dávať zvyšok 1. To z toho dôvodu, že 5 si vieme zapísať ako súčet $(4+1)$ a po umocnení dostaneme výraz, ktorého všetky členy budú deliteľné štyrmi, až na jeden, ktorý bude 1. Tento výraz očividne po delení štyrmi dáva zvyšok 1. Preto náš rozdiel po delení štyrmi dáva zvyšok 3.

- 5^l je piatimi zjavne deliteľné a 36^k dáva zvyšok 1. Podobne ako pri deliteľnosti štyrmi si môžeme 36 rozpísať ako súčet $(35+1)$ a ten keď umocníme, tak dostaneme výraz, ktorého všetky členy budú päťkou deliteľné, až na jeden, ktorý bude 1. Rozdiel $36^k - 5^l$ bude po delení piatimi dávať zvyšok 1.

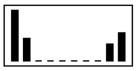
Najmenšie číslo, vyhovujúce týmto trom kritériám, je 11 (najmenšie čísla dávajúce po delení štyrmi zvyšok 3 sú $\{3, 7, 11\}$ a najmenšie čísla dávajúce po delení piatimi zvyšok 1 sú $\{1, 6, 11\}$). Aby sme ukázali, že to naozaj pre 11 ide, dosaďme za k jedna a za l dva: $36 - 25 = 11$.

Komentár

Väčšina z vás úlohu vyriešila správne. Chceli by sme pochváliť tých, ktorí vymysleli niečo inovatívnejšie ako riešenie vo vzoráku internetovej olympiády. Mnoho z vás však stratilo bod, lebo ste zabudli na to, že ak súčin dvoch čísel je mocninou päťky, tak jedno z nich môže byť 1, čo nemusí končiť na 5, ani to nie je deliteľné piatimi.

5.

Opravovali: **Robo Sabovčík a Martin Mihálik**
Počet riešení: 21



V rovine je bod s celočíselnými súradnicami $[x, y]$, avšak tieto súradnice nepoznáme. Poznáme však hodnoty výrazov $x^2 + y$ a $y^2 + x$, pričom tieto hodnoty sú rôzne. Dokážte, že s týmito informáciami vieme jednoznačne určiť súradnice hľadaného bodu.

Riešenie

Úlohu budeme dokazovať sporom. Predpokladajme preto, že existujú 2 body, pre ktoré majú x^2+y a y^2+x rovnaké hodnoty. Označme si súradnice týchto 2 bodov ako $[x; y]$ a $[a; b]$. Vieme, že potom platí $x^2 + y = a^2 + b$ a $y^2 + x = b^2 + a$. Upravme teda tieto 2 rovnice:

$$\begin{aligned} x^2 + y &= a^2 + b \\ x^2 - a^2 &= b - y \\ (x-a)(x+a) &= b - y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 + x &= b^2 + a \\ y^2 - b^2 &= a - x \\ (y-b)(y+b) &= a - x \\ -(y-b)(y+b) &= x - a \end{aligned}$$

Dosaďme teraz $x - a$ do prvej rovnice.

$$\begin{aligned} -(y-b)(y+b)(x+a) &= b - y \\ (b-y)(b+y)(x+a) &= b - y \end{aligned}$$

Keďže v ďalšom kroku chceme rovnicu vydeliť $(b - y)$, pozrime sa na to, čo by sa stalo, ak $b = y$. Dosaďme si $b = y$ do pôvodnej rovnice $y^2 + x = b^2 + a$. Potom platí, že $b^2 + x = b^2 + a$, teda $a = x$, a teda body $[x; y]$ a $[a; b]$ sú totožné, čo je spor s predpokladom. Vieme teda, že $b \neq y$. Preto môžme deliť $(b - y)$.

$$(y+b)(x+a) = 1$$

Vzhľadom na to, že a, b, x, y sú celé čísla, vieme, že buď platí $(b+y) = (x+a) = 1$, alebo $(b+y) = (x+a) = -1$. Rozoberme si prvú možnosť. Z toho nám vyplynie, že $a = 1 - x$ a $b = 1 - y$. Dosaďme to do pôvodných rovníc zo zadania.

$$\begin{aligned} x^2 + y &= a^2 + b \\ x^2 + y &= (1-x)^2 + (1-y) \\ x^2 + y &= x^2 - 2x + 1 + 1 - y \\ 2y + 2x &= 2 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

Už zo skôr však vieme, že $b + y = 1$, a teda vieme, že $b = x$. Vieme aj, že $x + a = 1$, a teda $a = y$, teda body $[x; y]$ a $[a; b]$ sú totožné, čo je spor s predpokladom. Ak by však platila druhá možnosť, teda $(b + y) = (x + a) = -1$, tak potom opäť dosadíme.

$$
\begin{aligned}
x^2 + y &= a^2 + b \\
x^2 + y &= (-1 - x)^2 + (-1 - y) \\
x^2 + y &= x^2 + 2x + 1 - 1 - y \\
2y &= 2x \\
x &= y
\end{aligned}
$$

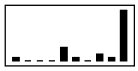
Z toho však vyplýva, že $x^2 + y = y^2 + x$ a to je spor so zadaním. Ukázali sme teda pomocou dôkazu sporom, že nemôžu existovať 2 body, pre ktoré majú $x^2 + y$ a $y^2 + x$ rovnaké hodnoty, a teda sú súradnice hľadaného bodu týmito informáciami určené jednoznačne.

Komentár

Ako môžete vidieť z grafu, bodové ohodnotenie tejto úlohy vôbec nevyzerá vábne. U tých z vás, ktorých od plného počtu delil len jeden bod, sa vyskytla jedna a tá istá chyba. Neuvedomili ste si, že ak máme dva rôzne body, tieto body môžu zdieľať jednu spoločnú súradnicu, a teda nemôžeme deliť rovnicu rozdielom dvoch súradníc. Čo je škoda, pretože vylúčiť takúto možnosť bolo naozaj jednoduché. Ohľadom zvyšných riešení, tak tie boli naozaj rôznorodé, čiže sa v nich len ťažko hľadá nejaká opakujúca sa chyba. Čo sa však vo viacerých riešeniach vyskytlo, bolo odvolávanie sa na vyjadrenie koreňov z rovnice štvrtého stupňa. Vyjadriť korene z takejto rovnice, k tomu ešte parametrizovanej, je obrovské množstvo mechanickej práce, ktorú by sme od vás určite nechceli. Taktiež očakávať body za riešenie typu: „ak by sme niečo spravili, tak by nám to nejako vyšlo“ je pomerne naivné. Vo vašich riešeniach sa musia nachádzať všetky kroky vedúce k výsledku, aby sme mohli overiť, či boli správne, čo sa pri takýchto predpovediach vykonať nedá.

6.

Opravovali: **Mimi Hanus a Peťo Kovács**
Počet riešení: 24



Majme k prepínačov v rade. Každý prepínač ukazuje hore, doprava, dole alebo doľava. Ak tri susedné prepínače ukazujú rôznymi smermi, prepneme všetky tri do štvrtého smeru. Ak by v jednom momente bolo viac takýchto trojíc, prepneme tú najviac naľavo. Ukážte, že sa proces zastaví.

Riešenie

Nech v medzerách medzi prepínačmi sú napísané zľava doprava postupne celé čísla – v medzere najviac vľavo 2, v medzere najviac vpravo k – naľavo od radu nech je 1 a napravo $k + 1$. Súčin čísel v medzerách oddeľujúcich prepínače ukazujúce rôznymi smermi (1 a $k + 1$ v súčine nevystupujú) každým krokom procesu klesne (za súčin žiadnych čísel považujeme 1). Takýto súčin je vždy prirodzený, čiže krokov môžeme spraviť iba konečne mnoho.
Totiž každým krokom zo súčinu vyradíme dve susedné medzery, lebo predtým museli byť tri zasiahnuté prepínače navzájom rôzne, čiže obe medzery medzi nimi sme počítali do súčinu, ale teraz sú všetky tri rovnako otočené. Okrem týchto dvoch sme mohli ovplyvniť iba dve ďalšie medzery – zvonka ohraničujúce trojicu. Do súčinu pribudli najviac obe tieto čísla. To znamená, že pri manipulácii trojicou, ktorej prostredný prepínač je n-tý zľava, sme vydelili súčin $n(n + 1)$ a vynásobili nejakým deliteľom $(n - 1)(n + 2)$. Každý z deliteľov je nanajvýš $(n - 1)(n + 2)$, ibaže pre každé n: $(n - 1)(n + 2) < n(n + 1)$.

Komentár

Väčšina riešiteľov si všimla dôležité vlastnosti procesu, avšak nie každému sa podarilo presvedčivo dokázať, že tieto vlastnosti platia vždy. Najčastejšie sme teda body museli strhnúť za nedostatočnú matematickú korektnosť riešenia.

Zadania úloh letného semestra 44. ročníka

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na `seminar.strom.sk`.

2 Druhá séria

Termín odovzdania riešení: **27. 4. 2020**

1. Majme čísla od 1 do n. Pre každé n nájdite najväčšie k také, že naše čísla vieme rozdeliť do k skupín s rovnakým súčtom.

2. Majme rovnostranný trojuholník. Každá jeho strana je rozdelená na k rovnakých častí pomocou $k-1$ bodov. Týmito bodmi veďme rovnobežky so zvyšnými dvoma stranami trojuholníka. Takto vznikne trojuholníková sieť zložená z k^2 menších trojuholníkových políčok. Nazvime reťaz takú sekvenciu políčok, že každé políčko je v nej zahrnuté maximálne raz a po sebe nasledujúce políčka majú spoločnú stranu. Aká je najdlhšia možná reťaz?

3. Každé z čísel $a_1, a_2, \dots, a_n$ je rovné 1 alebo -1 a platí

$$a_1a_2a_3a_4 + a_2a_3a_4a_5 + a_3a_4a_5a_6 + \cdots + a_{n-1}a_na_1a_2 + a_na_1a_2a_3 = 0$$

Dokážte, že n je deliteľné 4.

4. Je daný štvorsten $ABCD$. Po úsečke AB sa pohybuje bod X. Označme P pätu výšky spustenej z bodu D na priamku CX. Určte množinu bodov P, ktoré vyhovujú zadaniu.

5. Nájdite najväčšie číslo p také, že je možné na šachovnicu 2019×2019 umiestniť p pešiakov a $p + 2019$ veží tak, aby sa žiadne dve veže neohrozovali. (Dve veže sa ohrozujú, ak sú v tom istom riadku alebo stĺpci a všetky políčka medzi nimi sú prázdne).

6. Nech ABC je ostrouhlý nerovnoramenný trojuholník, M je stred strany BC a AD je os uhla pri vrchole A, pričom D leží na strane BC. Kružnica opísaná trojuholníku ADM pretína AB v bode E a AC v bode F. Bod I je stred EF a MI pretína priamky AB v bode X a AC v bode Y. Dokážte, že AXY je rovnoramenný.

Poradie po 1. sérii letného semestra 44. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1. - 8.	Martin Kliment	S2	GPoštKE	9	9	9	9	0	9	0	54
	Matúš Masrna	S2	GPoštKE	9	9	9	9	-	9	0	54
	Erik Novák	S2	GPoštKE	9	9	9	9	-	9	0	54
	Dušan Oberta	S4	GŠkolSN	9	9	9	9	9	9	0	54
	Matej Urban	S3	GAMČABA	9	9	9	9	9	9	0	54
	Zdeněk Pezlar	S2	GJaroBR	9	9	9	9	9	-	0	54
	Václav Janáček	S3	GJaroBR	9	9	9	9	9	9	0	54
	Jiří Kalvoda	S3	GJaroBR	9	9	9	9	9	9	0	54
9. - 11.	Paulína Dujavová	S2	GJARMPO	9	9	9	8	-	9	0	52
	Ela Vojtková	S2	GAMČABA	9	9	9	9	8	-	0	52
	Michal Farnbauer	S2	GAMČABA	9	9	9	9	8	-	0	52
12.	Csaba Daniel Farkaš	S2	SBGČesBA	9	9	9	8	8	-	0	51
13. - 14.	Karin Eštoková	S1	GMRŠKE	9	9	9	5	0	9	0	50
	Samuel Vaško	S1	GJHN3BA	9	9	6	8	0	9	0	50
15. - 17.	Miriam Horváthová	S1	GŠtúrMI	9	9	5	8	0	9	0	49
	Peter Kochelka	S2	GJGTBB	9	9	8	9	0	7	0	49
	Martin Kopčány	S1	GJChaBR	9	9	9	9	1	4	0	49
18.	Viktor Imrišek	S1	GAMČABA	9	9	9	9	-	-	0	45
19.	Samuel Banas	S3	LEAFABA	9	9	9	8	0	9	0	44
20.	Martin Andričík	S3	GPoštKE	9	9	2	9	0	9	0	38
21. - 23.	Oskar Hritz	S1	GPoštKE	9	1	3	7	-	7	0	36
	Ján Richnavský	S3	GPoštKE	9	9	9	9	-	-	0	36
	Alex Gašparíková	S3	GAMČABA	9	9	1	8	-	9	0	36
24. - 27.	Lujza Milotová	S3	GPoštKE	9	9	9	8	-	-	0	35
	Štefan Vašak	S1	GPoštKE	9	-	9	8	-	-	0	35
	Ľubomír Vargovčík	S1	GPoštKE	9	-	9	8	-	-	0	35

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
	Natália Čigašová	S1	GPoštKE	9	9	-	8	-	-	0	35
28.	Michal Urban	S1	GAMČABA	9	-	7	8	-	-	0	33
29.	Jakub Mičko	S2	GPoštKE	9	9	9	5	-	-	0	32
30.	Jakub Kliment	S3	GJGTBB	9	0	9	9	0	4	0	31
31.	Lucia Koľveková	S3	GPoštKE	9	-	4	9	-	8	0	30
32.	Bianka Gurská	Z9	GAlejKE	9	-	-	9	1	-	0	28
33. - 37.	Lenka Hake	S3	GAlejKE	-	-	9	9	-	9	0	27
	Klára Hricová	S2	GPoštKE	9	9	-	9	-	-	0	27
	Terézia Stanová	Z9	EGJAKKE	9	-	-	8	1	-	0	27
	Adela Horváthová	Z9	ZDnepKE	9	-	-	8	1	-	0	27
	Alex Blandón	S3	GPoštKE	9	9	-	9	-	-	0	27
38. - 39.	Sara Gašparová	S1	GAMČABA	-	9	-	8	-	-	0	26
	Gabriela Genčiová	S3	GPoštKE	9	9	-	8	-	-	0	26
40.	Jakub Farbula	S3	GAlejKE	9	-	7	8	-	-	0	24
41.	Timotej Šinkovic	S1	GAMČABA	9	-	-	-	-	5	0	23
42.	Timea Jakubócyová	S3	BGMHSuč	9	9	1	3	-	-	0	22
43. - 47.	Adam Garafa	S2	GPoštKE	9	-	-	9	-	-	0	18
	Martin Nemjo	S3	GAlejKE	-	9	-	9	-	-	0	18
	David Belobrad	S3	GAMČABA	9	4	1	0	0	4	0	18
	Martin Belluš	S1	GAMČABA	9	-	-	-	-	-	0	18
	Viktória Krettová	Z8	GAMČABA	9	-	-	-	-	-	0	18
48. - 49.	Viliam Geffert	S1	GPoštKE	-	-	-	8	-	-	0	16
	Klára Pernicová	S3	GJaroBR	9	-	-	7	-	-	0	16
50.	Michaela Rusnáková	S3	GAlejKE	9	4	1	-	-	-	0	14
51.	Matej Kliment	S2	LEAFABA	-	0	-	9	-	4	0	13
52.	Michal Vorobel	S3	GJARMPO	9	-	-	-	-	-	0	9
53.	Jakub Kulka	S1	GMRŠKE	-	-	-	0	-	0	0	0

Názov: STROM – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2019 • Letný semester 44. ročníka (2019/2020)
Web: `seminar.strom.sk`
E-mail: `strom@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Web: `zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `info@strom.sk`

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk