



Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis STROMu! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ matematiku v netradičnej podobe a množstvo zaujímavých hier. Ak si stredoškolač, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

STROMáci

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% (niektorí dokonca až 3%) zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám ako sme my.

Peniaze získané z 2% v STROME využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredueniach, ...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a kľudne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh nášho seminára a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispievajú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/. Radi vám zodpovieme ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj na e-mailovej adrese info@strom.sk. Ďakujeme!

Pokyny pre riešiteľov

Seminár je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. STROM je súťaž jednotlivcov a riadi sa organizačným poriadkom zaregistrovaným na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.

Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár STROM je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie (itakademia.sk). Pred tým ako odošleš prvé príklady (poštou, alebo elektronicky), je preto potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci projektu, tak už máš konto na portáli registracia.itakademia.sk. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár STROM na tomto portáli.

Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára, a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústreduenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učítelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na sutaze@itakademia.sk.

Prihlásenie do semestra

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke seminar.strom.sk. Ak si novým riešiteľom, alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile – odkaz **Aktualizovať profil** v sekcii **Správa účtu**. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s Tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny, ...), v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uviesť v poradí riešiteľov aktuálnej časti seminára. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia, bez ohľadu na to, ako si ich poslal.

Prihláška (vyplnenie profilu) je **povinná pre všetkých riešiteľov**. Úlohy, ktoré sa nedajú priradiť k užívateľovi s korektno vyplneným profilom, **nebudú opravené**.

Ako písať riešenie

Úlohy riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeniach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete posilať poštou alebo cez našu webovú stránku, nie odovzdávať osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotený bodmi. Preto zvážte, či nenapíšete svoje riešenia na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Elektronické odovzdávanie je možné do uvedeného termínu cez nový webový portál na stránke `seminar.strom.sk`. Súbor s riešením odovzdáte jednoducho po prihlásení do svojho užívateľského účtu – tlačidlo **Odovzdať** pri konkrétnom príklade v sekcii **Príklady**. Úlohy odovzdávajte primárne vo formáte PDF, portál na vaše riziko zvládne aj konverziu z iných formátov ako je JPG, PNG, či DOC.

Jedine **v prípade technických problémov** na našej strane je možné poslať riešenia vo formáte PDF (riešenia v inom formáte nebudú akceptované) na e-mailovú adresu `riesenia.strom@strom.sk`.

Riešenie každej úlohy píšete na **samostatný papier formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás prostredníctvom komentárom k úlohám na našej stránke, cez e-mail `strom@strom.sk` alebo osobne.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

štvrtáci, oktáva:	všetky vyriešené úlohy
tretiaci, septima:	všetky vyriešené úlohy
druháci, sexta:	päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
prváci, kvinta a mladší:	päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Príklad použitia pravidiel

Štyria bratia, štvrták Vlado, tretiak Fero, druhák Jaro a prvák Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Fero tiež získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú nasledovne, podľa dĺžky omeškania:

- do 24 h: 2/3 bodov zaokrúhlené nahor
- viac ako 24h a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlené nahor
- viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Varovanie !!!

Riešenie založené na využití výpočtovej techniky spravidla nebude ohodnotený vysokým počtom bodov. Hodnotený budú len tie časti riešenia, ktorých správnosť je možné overiť v primeranom čase.

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrená.

Hlasy

Okrem bodov môžete získať aj hlasy. Kladné hlasy môžete získať za pekné a originálne riešenia úloh a riešiteľov s najväčším počtom hlasov na konci semestra odmeníme. Avšak môžeme udeliť aj záporné hlasy, napríklad za odpisovanie alebo veľmi neelegantné riešenie (napríklad skúšanie obrovského počtu možností pomocou programu, riešenie z literatúry) a riešiteľov, ktorí budú mať na konci semestra -3 hlasy alebo menej, môžeme nepozvať na sústredenie, aj v prípade, že by na to mali dostatok bodov.

Sústredenie

!POZOR, ZMENA NA LETNÝ SEMESTER 2020/2021!

Keďže v zimnom semestri 2020/2021 nebolo možné zorganizovať prezenčné sústredenie, ako sme boli zvyknutí, rozhodli sme sa upraviť pravidlá pre pozývanie na sústredenie v letnom semestri 2020/2021. Radi by sme sústredení odmenili aj riešiteľov, ktorí boli v STROME úspešní v zimnom semestri. Na letné sústredenie **budú preto môcť byť pozvaní** aj tohtoroční **maturanti**. Na sústredenie budeme pozývať podľa poradia, v ktorom budeme pre každého riešiteľa brať do úvahy **počet bodov z toho semestra, v ktorom získal vyšší počet bodov** (takže ak ste v jednom semestri získali 107 bodov a v druhom 108, tak v tomto poradí budete figurovať s počtom bodov 108 bez ohľadu na to, v ktorom semestri ste ho získali). Zároveň budeme pozývať len riešiteľov, ktorí **získali v letnom semestri aspoň 20 bodov**. Veríme, že týmto umožníme užiť si sústredenie čo najviac riešiteľom z tohto ročníka STROMu, ktorí by oňho stáli.

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po korešpondenčných sériách danej časti ročníka. Sústredenia sa môžu zúčastniť aj úspešní riešitelia iných matematických súťaží organizovaných PF UPJŠ v Košiciach a Združením STROM, ak to kapacitné možnosti umožnia. Sústredenie je určené najmä pre študentov stredných škôl (a im príslušných ročníkov na osemročnom gymnáziu), mladší žiaci (tí, ktorí počas sústredenia nie sú stredoškôlkami) sú pozvaní ako náhradníci. Ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia STROMu, nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou.

Zadania úloh letného semestra 45. ročníka

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na seminar.strom.sk.

1 Prvá séria

Termín odovzdania riešení: **22. marec 2021**

Ak nevieš pohnúť ďalej s niektorou z úloh, skús sa pozrieť na pár tipov, ktoré nájdeš na našej webovej stránke seminar.strom.sk/media/uploads/mohlobysahodit.pdf

1. Majme ostrouhlý trojuholník ABC s obvodom 20. Kružnica, ktorej stred je priesečníkom osí vonkajších uhlov trojuholníka pri vrcholoch A, B , sa dotýka polpriamky CA v bode D . Aká je dĺžka úsečky CD ?
2. Robo a Mišo hrajú hru a striedajú sa v ťahoch, pričom Robo začína. V každom ťahu hráč vyberie číslo od 1 do 5 (vrátane) a napíše ho. Hra skončí, keď hráči napísali spolu n čísel. Mišo vyhrá hru, ak je na konci hry súčet všetkých napísaných čísel násobok 9, a Robo vyhrá, ak nie je. V závislosti od n zistite, kto hru vyhrá, ak obaja hrajú najlepšie, ako vedia.
3. Na ostrove žije 47 poctivcov a 23 podvodníkov. Každého z nich požiadame, aby nám napísal mená niekoľkých poctivcov (môžu napísať aj vlastné meno). Vieme, že poctivci napísali iba poctivcov, podvodníci však mohli, ale nemuseli, napísať aj podvodníkov. Dokážte, že ak je na každom zozname práve 23 mien, vieme zistiť meno aspoň jedného poctivca.
4. Nech n je kladné celé číslo. Zoraďme vzostupne podľa hodnoty všetky zlomky $0 < p/q < 1$ v základnom tvare (čitateľ aj menovateľ sú kladné celé čísla) také, že $q \leq n$. Ukážte, že postupnosť čísel (nie cifier) v ich menovateľoch je rovnaká spredu aj zozadu.
5. Je daná $n \times n$ tabuľka, pričom n je nepárne kladné celé číslo. Každá z $2n(n+1)$ jednotkových úsečiek ohraničujúcich jednotkové štvorce je buď modrá, alebo červená. Vieme, že najviac n^2 úsečiek je červených. Dokážte, že existuje jednotkový štvorec tabuľky, ktorého hranice pozostávajú z aspoň troch modrých úsečiek.
6. Daný je trojuholník ABC . Priamka rovnobežná so stranou BC pretína strany AB a AC postupne v bodoch P a Q . Nech M je vnútorný bod trojuholníka APQ . Úsečky MB a MC pretínajú úsečku PQ postupne v bodoch E a F . Označme N druhý priesečník kružníc opísaných trojuholníkmi PMF a QME . Dokážte, že body A, M, N ležia na jednej priamke.

2 Druhá séria

Termín odovzdania riešení: **26. apríl 2021**

Ak nevieš pohnúť ďalej s niektorou z úloh, skús sa pozrieť na pár tipov, ktoré nájdeš na našej webovej stránke seminar.strom.sk/media/uploads/mohlobysahodit.pdf

- Máme dve kružnice k_1 a k_2 , pričom k_2 je menšia a dotýka sa k_1 zvnútra v bode X . Stredy kružníc k_1, k_2 označme v poradí S_1, S_2 . Bod P leží vnútri k_1 a neleží na k_2 ani na priamke S_1S_2 . Body N_1 a F_1 sú priesečníkmi kružnice k_1 a priamky S_1P tak, že $|N_1P| < |F_1P|$. Analogicky, body N_2 a F_2 sú priesečníkmi kružnice k_2 a priamky S_2P , pričom $|N_2P| < |F_2P|$. Dokážte, že uhly N_1XN_2 a F_1XF_2 sú zhodné.
- Nech q je reálne číslo. Majme potom tri kladné celé čísla a, b, c také, že $q + a, q + b, q + c$ sú po sebe idúce členy geometrickej postupnosti. Ukážte, že q je racionálne.
- Dano a Peťo hrajú hru. Dano začína a striedajú sa v ťahoch. Jeden ťah pozostáva z napísania jednej cifry na tabuľu, pričom každá cifra môže byť napísaná buď na začiatok, alebo na koniec postupnosti cifier, ktoré už sú na tabuli. Dokážte, že Dano vie svojimi ťahmi zariadiť to, že číslo na tabuli (skladá sa zo všetkých cifier v tom poradí, ako sú napísané v desiatkovej sústave) po žiadnom Peťovom ťahu nebude druhou mocninou prirodzeného čísla.
- Na vedúcovskom sústrezení sa stretlo 2020 vedúcich. V rámci tréningu na športy sa postupne stretli v spoločenskej všetky neprázdne podmnožiny vedúcich (každá inokedy). Vždy, keď sa podmnožina stretla, dohodla si svoj bojový pokrik, no vybrať si mohla iba z dvoch možností: „Vedúci, horia pukance!“ alebo „Nemám vodu!“. Jednotlivé podmnožiny si zvolili pokriky tak, aby platilo, že podmnožina, ktorá je zjednotením dvoch množín s rovnakým pokrikom, si tiež zvolila ten istý pokrik. Pre každé celé číslo $n, 0 \leq n < 2^{2020}$, ukážte, že si mohli zvoliť pokriky tak, že práve n podmnožín má pokrik "Vedúci, horia pukance!".
- Nech $ABCD$ je tetivový štvoruholník taký, že $|AB| + |CD| = |BC|$. Ukážte, že osi uhlov DAB a CDA sa pretínajú na úsečke BC .
- Uvažujme postupnosti z čísel $1, \dots, n$, ktoré neobsahujú podpostupnosť a, b, a, b (nie nutne za sebou) pre žiadne a a b , ani dve rovnaké čísla za sebou, a v ktorých najľavejšie výskyty čísel tvoria rastúcu postupnosť. Z nich vyberme také, ktoré obsahujú každé číslo aspoň raz a majú dĺžku $2n - 1$, čo je zároveň maximálna dĺžka, akú tieto postupnosti môžu nadobudnúť (to ukazovať nemusíte). Napr. pre $n = 3$ máme postupnosti 12321 a 12131. Ukážte, že ich počet je C_{n-1} , kde $C_0 = 1$ a $C_n = C_0C_{n-1} + C_1C_{n-2} + \dots + C_{n-1}C_0$ pre $n \geq 1$.

Autori zadaní úloh: Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišinová, Timea Szöllősová

Názov: STROM – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • Január 2021 • Letný semester 45. ročníka (2020/2021)

Web: seminar.strom.sk

E-mail: strom@strom.sk

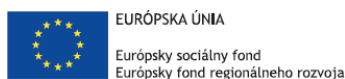
Riešenia: Prijímame poštou, na webe a v prípade poruchy stránky na riesenia.strom@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Web: zdruzenie.strom.sk

E-mail: info@strom.sk

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje